

14. Cvičení

Určete derivaci následujících funkcí (včetně podmínek):

- | | | | |
|---------------------------------------|---|---|---|
| 1) $x^6 - \frac{x}{9}$ | 2) $\sqrt[3]{x^2}$ | 3) $\frac{1}{x^5}$ | 4) $\frac{1}{\sqrt[4]{x}}$ |
| 5) $x\sqrt[3]{x}$ | 6) $\frac{3-x^2}{5}$ | 7) $\frac{x^2-1}{x^3}$ | 8) $x \cdot \ln x$ |
| 9) $x^2 \cdot \cos x$ | 10) $(x+4) \cdot \sqrt[3]{x}$ | 11) $x \cdot \operatorname{arctg} x$ | 12) $\frac{2x-3}{3x+1}$ |
| 13) $\frac{x^3}{x^2-1}$ | 14) $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ | 15) $\frac{\sqrt{x}}{x+1}$ | 16) $\frac{x^2}{\ln x}$ |
| 17) $\ln(5x+3)$ | 18) $\ln(1-x)$ | 19) e^{3x+5} | 20) e^{-x} |
| 21) $e^{\sin x}$ | 22) $\operatorname{cotg}(2x-\pi)$ | 23) $(2x+5)^5$ | 24) $(3x+2)^2$ |
| 25) $(7-x)^3$ | 26) $\frac{1}{3x+4}$ | 27) $\frac{1}{(x-2)^2}$ | 28) $\sqrt{3x-1}$ |
| 29) $\sin(x^3)$ | 30) $\cos^2 x$ | 31) $\operatorname{tg}^2\left(\frac{x}{2}\right)$ | 32) $\cos^4(3x-\pi)$ |
| 33) $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ | 34) $\ln\frac{1}{x}$ | 35) $2^{\cos x}$ | 36) $\operatorname{arctg}(2-x)$ |
| 37) $\operatorname{arctg}(\sqrt{x})$ | 38) $\ln(\sqrt{x^2+1}-x)$ | 39) $x^2 \cdot e^{-x}$ | 40) $x \cdot \sqrt{1-x^2}$ |
| 41) $\frac{x^3}{(x-1)^2}$ | 42) $\frac{3x^2+1}{(1-x^2)^3}$ | 43) $\frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}$ | 44) $\frac{x \cdot (x^2+3x+4)}{(x+1)^3}$ |
| 45) $\frac{x^3 \cdot (2+x)}{(1+x)^3}$ | 46) $\frac{x^2 \cdot (x+3)}{(x+1)^3}$ | 47) $\frac{(1+x)^3}{(1-x)^5}$ | 48) $\frac{x^2 \cdot (7x+6)}{\sqrt{1+x}}$ |
| 49) $\frac{2-\ln x}{2x\sqrt{x}}$ | 50) $\frac{x \cdot (2\ln x - 1)}{\ln^2 x}$ | 51) $\frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2}}$ | 52) $\frac{2^x+1}{3^x+1}$ |

Výsledky: 1) $6x^5 - \frac{1}{9}$, $x \in \mathbb{R}$; 2) $\frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$, $x \neq 0$; 3) $-\frac{5}{x^6}$, $x \neq 0$; 4) $-\frac{1}{4x\sqrt[4]{x}}$, $x > 0$; 5) $\frac{4}{3}\sqrt[3]{x}$, $x \in \mathbb{R}$; 6) $-\frac{2x}{5}$, $x \in \mathbb{R}$; 7) $\frac{3-x^2}{x^4}$, $x \neq 0$; 8) $\ln x + 1$, $x > 0$; 9) $2x \cos x - x^2 \sin x$, $x \in \mathbb{R}$; 10) $\frac{4(x+1)}{3\sqrt[3]{x^2}}$, $x \neq 0$; 11) $\operatorname{arctg} x + \frac{x}{1+x^2}$, $x \in \mathbb{R}$; 12) $\frac{11}{(3x+1)^2}$, $x \neq -\frac{1}{3}$; 13) $\frac{x^2(x^2-3)}{(x^2-1)^2}$, $x \neq \pm 1$; 14) $-\frac{2}{(\sin x - \cos x)^2}$, $x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi$; 15) $\frac{1-x}{2\sqrt{x(x+1)^2}}$, $x > 0$; 16) $\frac{x(2\ln x - 1)}{\ln^2 x}$, $x \in (0, 1) \cup (1, \infty)$; 17) $\frac{5}{5x+3}$, $x > -\frac{3}{5}$; 18) $-\frac{1}{1-x}$, $x < 1$; 19) $3e^{3x+5}$, $x \in \mathbb{R}$; 20) $-e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$; 21) $\cos x \cdot e^{\sin x}$, $x \in \mathbb{R}$; 22) $-\frac{2}{\sin^2(2x-\pi)}$, $x \neq k\frac{\pi}{2}$; 23) $10(2x+5)^4$, $x \in \mathbb{R}$; 24) $6(3x+2)$, $x \in \mathbb{R}$; 25) $-3(7-x)^2$, $x \in \mathbb{R}$; 26) $-\frac{3}{(3x+4)^2}$, $x \neq -\frac{4}{3}$; 27) $-\frac{2}{(x-2)^3}$, $x \neq 2$; 28) $\frac{3}{2\sqrt{3x-1}}$, $x > \frac{1}{3}$; 29) $3x^2 \cos(x^3)$, $x \in \mathbb{R}$; 30) $-2 \cos x \sin x$, $x \in \mathbb{R}$; 31) $\frac{\sin \frac{\pi}{2}}{\cos^3 \frac{\pi}{2}}$, $x \neq \pi + 2k\pi$; 32) $-12 \cos^3(3x-\pi) \cdot \sin(3x-\pi)$, $x \in \mathbb{R}$; 33) $-\frac{2}{x^2-1}$, $x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$; 34) $-\frac{1}{x}$, $x > 0$; 35) $-\sin x \cdot 2^{\cos x} \cdot \ln 2$, $x \in \mathbb{R}$; 36) $-\frac{1}{x^2-4x+5}$, $x \in \mathbb{R}$; 37) $\frac{1}{2\sqrt{x(1+x)}}$, $x > 0$; 38) $-\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$, $x \in \mathbb{R}$; 39) $x(2-x)e^{-x}$, $x \in \mathbb{R}$; 40) $\frac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$, $x \in (-1, 1)$; 41) $\frac{x^2(x-3)}{(x-1)^3}$, $x \neq 1$; 42) $\frac{12x(x^2+1)}{(1-x^2)^4}$, $x \neq \pm 1$; 43) $\frac{1-2x\operatorname{arctg} x}{(1+x^2)^2}$, $x \in \mathbb{R}$; 44) $-\frac{2(x-2)}{(x+1)^4}$, $x \neq -1$; 45) $\frac{x^2(x^2+4x+6)}{(1+x)^4}$, $x \neq -1$; 46) $\frac{6x}{(x+1)^4}$, $x \neq -1$; 47) $\frac{2(x+4)(1+x)^2}{(1-x)^6}$, $x \neq 1$; 48) $\frac{x(35x^2+60x+24)}{2\sqrt{(x+1)^3}}$, $x > -1$; 49) $\frac{3\ln x - 8}{4x^2 \cdot \sqrt{x}}$, $x > 0$; 50) $\frac{2\ln^2 x - 3\ln x + 2}{\ln^3 x}$, $x \in (0, 1) \cup (1, \infty)$; 51) $\frac{x-2}{3\sqrt[3]{x^5}}$, $x \neq 0$; 52) $\frac{2^x \cdot 3^x \cdot (\ln 2 - \ln 3) + 2^x \ln 2 - 3^x \ln 3}{(3^x+1)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.