15. Cvičení

Určete následující limity:

$$1) \lim_{x \to 0} \frac{\sin(9x)}{4\sin(2x)}$$

3)
$$\lim_{x \to 4} \frac{\sin(x-4)}{16-x^2}$$

$$5) \lim_{x \to 1} \frac{2x - 2}{\ln x}$$

7)
$$\lim_{x \to 0} \frac{x - \arctan x}{x + \arctan x}$$

9)
$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(2x)}{x^2}$$

11)
$$\lim_{x\to 0} \frac{4^{3x}-1}{\ln(x+1)}$$

13)
$$\lim_{x \to -1} \frac{\sqrt[5]{x} + 1}{\sqrt[3]{x} + 1}$$

15)
$$\lim_{x \to 0+} \frac{x}{\sqrt{e^{x^2} - 1}}$$

17)
$$\lim_{x \to \infty} x \cdot \sin \frac{1}{x}$$

19)
$$\lim_{x \to \infty} e^{-x} \cdot (x^2 + 1)$$

21)
$$\lim_{x \to \infty} (x - e^x)$$

23)
$$\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x} - \cot x\right)$$

25)
$$\lim_{x \to \infty} (x \cdot \arctan x - \frac{\pi}{2} \cdot x)$$

$$27) \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(\sin x\right)^{\operatorname{tg} x}$$

29)
$$\lim_{x \to 0+} x^{\sin x}$$

31)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^4(x) \cdot \ln^6(1 - \sqrt{x})}{\operatorname{tg}^3(2x) \cdot x^3}$$

2)
$$\lim_{x \to 0} \frac{5x + \sin(3x)}{2x}$$

$$4) \lim_{x \to e} \frac{\ln x - 1}{x - e}$$

$$6) \lim_{x \to 1} \frac{2x - 3}{\ln x}$$

8)
$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2} -} \frac{\pi - 2x}{\cos^2 x}$$

10)
$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$$

12)
$$\lim_{x \to 2} \frac{2^x - 4}{\sin(\pi x)}$$

14)
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(3x)}{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}$$

16)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin^6 x}{(\cos x - 1)^3}$$

18)
$$\lim_{x \to \frac{1}{2}} \sin(2x - 1) \cdot \operatorname{tg}(\pi x)$$

$$20) \lim_{x \to 0} x^2 \cdot e^{\frac{1}{x^2}}$$

$$22) \lim_{x \to \infty} (x^2 - \ln x)$$

$$24) \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1}{\cos x} - \frac{1}{\cot x} \right)$$

$$26) \lim_{x \to \infty} \left(e^{-x} \right)^{\frac{1}{x}}$$

$$28) \lim_{x \to \infty} \left(\ln x \right)^{\frac{1}{x+2}}$$

30)
$$\lim_{x\to 3} (4-x)^{\frac{1}{x-3}}$$

32)
$$\lim_{x\to 0+} \left(\cot \left(2x\right)\right)^{\frac{1}{\ln x}}$$

Výsledky: 1) $\frac{9}{8}$; 2) 4; 3) $-\frac{1}{8}$; 4) $\frac{1}{e}$; 5) 2; 6) neexistuje $(-\infty \text{ pro } x \to 1+, \infty \text{ pro } x \to 1-)$; 7) 0; 8) ∞ ; 9) 1; 10) -2; 11) $3 \ln 4$; 12) $\frac{4 \ln 2}{\pi}$; 13) $\frac{3}{5}$; 14) $6\sqrt{3}$; 15) 1; 16) -8; 17) 1; 18) $-\frac{2}{\pi}$; 19) 0; 20) ∞ ; 21) $-\infty$; 22) ∞ ; 23) 0; 24) 0; 25) -1; 26) $\frac{1}{e}$; 27) 1; 28) 1; 29) 1; 30) $\frac{1}{e}$; 31) $\frac{1}{8}$; 32) $\frac{1}{e}$.