

13. Cvičení

Určete následující limity:

- 1) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+2}{x+1}$
- 2) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x-2}{(x+3)^2}$
- 3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3}{1-x}$
- 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-2x+1}{2x^2-x-1}$
- 5) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2-7x+10}{2x^2+2x-60}$
- 6) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-7x+9}{x^2+7x-9}$
- 7) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1-3x^4-2x^3-x)$
- 8) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1-2x^3+x^2-17)$
- 9) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+2x-3}{x^2-x+1}$
- 10) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2-7}{4x+3}$
- 11) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+1}{x^2-4}$
- 12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4+2x^2+1}{4x^4-3x^3-1}$
- 13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1+2x)(2-3x)}{(x+1)(5x+1)}$
- 14) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x+1)^2 \cdot (x-1)}{(2x^2+1)(x+2)}$
- 15) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sin x}$
- 16) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{\sin x}{\cos x \cdot (\sin x - 1)}$
- 17) $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{\ln(x-5)}{\sqrt{x-5}}$
- 18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x \cdot \ln(1-x)}$
- 19) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cotg x - \ln x)$
- 20) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\arctg x - \frac{\pi}{4}}$
- 21) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{1 - \cos x}$
- 22) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{1}{\sin x - \cos x}$
- 23) $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{3}{x(x-3)} \right)$
- 24) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$
- 25) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^4}{2x^3+1} - \frac{x}{2} \right)$
- 26) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2-7}{1-x} + x \right)$
- 27) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$
- 28) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+7}}{x}$
- 29) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3+2x+1}}{x-2}$
- 30) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{4x^2+1}}$
- 31) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+3x}-2}{\sqrt{x}-3}$
- 32) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{x+5}}$
- 33) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x+1} + \sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt{x+5}}$
- 34) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+5}{\sqrt{4x^2+x}-3x}$
- 35) $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x - \sqrt[3]{x^3+1})$
- 36) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2+1} - x\sqrt{x^2-1})$

$$37) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x\sqrt[4]{x} - 3\sqrt{x}}{x\sqrt{x} + 4\sqrt[3]{x}}$$

$$39) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x-2})$$

$$41) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2 - \sqrt{2x}}$$

$$43) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - \sqrt{x^3 + 5}}{\sqrt[3]{x^6 - 3} + x}$$

$$45) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + 5^x}{1 - 2^x}$$

$$47) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

$$49) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{x-2} \right)^{2x-1}$$

$$51) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{1-2x}$$

$$53) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+3} \right)^{3x+1}$$

$$55) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos x}{x^2}$$

$$57) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + \sin x}{x + 4}$$

$$59) \lim_{x \rightarrow \infty} \sin \frac{1}{x}$$

$$61) \lim_{x \rightarrow \infty} \operatorname{arctg}(e^x)$$

$$63) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} e^{\operatorname{tg} x}$$

$$38) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 1}}{x - 2}$$

$$40) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}$$

$$42) \lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot (\sqrt{x^2 + 1} + x)$$

$$44) \lim_{x \rightarrow 3} 5^{\frac{x}{x-3}}$$

$$46) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 5^x}{1 - 2^x}$$

$$48) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 3^x}{2^x - 3^x}$$

$$50) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-2} \right)^{2x-1}$$

$$52) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{2x-3} \right)^{2-3x}$$

$$54) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x + 1}{\left(\frac{1}{3}\right)^x - 1}$$

$$56) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sin x)$$

$$58) \lim_{x \rightarrow 0+} x \cdot \cos \frac{1}{x}$$

$$60) \lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} \cdot \left(\sin x + \frac{1}{x} \right)$$

$$62) \lim_{x \rightarrow 1+} \ln(\ln x)$$

$$64) \lim_{x \rightarrow 0+} \operatorname{arctg} \left(\frac{\ln x}{x \cdot \sin x} \right)$$

Výsledky: 1) neexistuje ($-\infty$ pro $x \rightarrow -1-$, ∞ pro $x \rightarrow -1+$); 2) $-\infty$; 3) neexistuje (∞ pro $x \rightarrow 1-$, $-\infty$ pro $x \rightarrow 1+$); 4) 0; 5) $\frac{3}{22}$; 6) $-\frac{1}{9}$; 7) $-\infty$; 8) ∞ ; 9) 1; 10) $-\infty$; 11) 0; 12) $\frac{3}{4}$; 13) $-\frac{6}{5}$; 14) $\frac{1}{2}$; 15) $-\infty$; 16) ∞ ; 17) $-\infty$; 18) $-\infty$; 19) ∞ ; 20) ∞ ; 21) ∞ ; 22) $-\infty$; 23) $\frac{1}{3}$; 24) $\frac{1}{4}$; 25) 0; 26) -1 ; 27) 2; 28) $-\frac{1}{2}$; 29) 1; 30) $-\frac{1}{2}$; 31) $\sqrt{3}$; 32) $\frac{3}{2}$; 33) $-\infty$; 34) -2 ; 35) ∞ ; 36) $-\infty$; 37) 0; 38) 1; 39) 0; 40) $\frac{4}{3}$; 41) -8 ; 42) $-\frac{1}{2}$; 43) 1; 44) neexistuje (0 pro $x \rightarrow 3-$, ∞ pro $x \rightarrow 3+$); 45) 1; 46) $-\infty$; 47) 1; 48) -1 ; 49) ∞ ; 50) e^6 ; 51) e^{-6} ; 52) ∞ ; 53) e^3 ; 54) $\frac{5}{8}$; 55) 0; 56) $-\infty$; 57) 2; 58) 0; 59) 0; 60) 0; 61) $\frac{\pi}{2}$; 62) $-\infty$; 63) neexistuje (∞ pro $x \rightarrow \frac{\pi}{2}-$, 0 pro $x \rightarrow \frac{\pi}{2}+$); 64) $-\frac{\pi}{2}$.