

## 2. Cvičení

Spočítejte integrály pomocí substituce:

- |  |   |   |
|--|---|---|
| 1) $\int \cos(x + 2) \, dx$                        | 2) $\int \sin(3x + 4) \, dx$                              | 3) $\int \cos\left(\frac{x}{2}\right) \, dx$              |
| 4) $\int \sin(\pi - x) \, dx$                      | 5) $\int e^{3x} \, dx$                                    | 6) $\int e^{-x} \, dx$                                    |
| 7) $\int e^{x+5} \, dx$                            | 8) $\int e^{2-x} \, dx$                                   | 9) $\int e^{2x-1} \, dx$                                  |
| 10) $\int (x + 1)^2 \, dx$                         | 11) $\int (x + 1)^{10} \, dx$                             | 12) $\int (1 - x)^{10} \, dx$                             |
| 13) $\int (2x + 5)^5 \, dx$                        | 14) $\int (3 - 5x)^3 \, dx$                               | 15) $\int \sqrt{2x - 1} \, dx$                            |
| 16) $\int \sqrt[3]{3 - 2x} \, dx$                  | 17) $\int \frac{1}{(x + 7)^2} \, dx$                      | 18) $\int \frac{1}{(3x + 2)^3} \, dx$                     |
| 19) $\int \frac{1}{\sqrt{5x + 1}} \, dx$           | 20) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{3 - x}} \, dx$                | 21) $\int \frac{1}{x + 1} \, dx$                          |
| 22) $\int \frac{1}{2x - 1} \, dx$                  | 23) $\int \frac{1}{1 - 2x} \, dx$                         | 24) $\int \frac{1}{4 - x} \, dx$                          |
| 25) $\int \frac{3}{1 - x} \, dx$                   | 26) $\int \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}} \, dx$                 | 27) $\int x \cdot \sqrt{3 + x^2} \, dx$                   |
| 28) $\int \frac{x}{1 + x^2} \, dx$                 | 29) $\int \frac{x^2}{x^3 + 1} \, dx$                      | 30) $\int \frac{x^3}{\sqrt{1 - x^4}} \, dx$               |
| 31) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x \, dx$           | 32) $\int (e^x + 8)^2 \cdot e^x \, dx$                    | 33) $\int \frac{e^{2x}}{2 + e^{2x}} \, dx$                |
| 34) $\int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin^2 x}} \, dx$ | 35) $\int \sin^3 x \cdot \cos x \, dx$                    | 36) $\int \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1 + x^2} \, dx$ |
| 37) $\int \frac{1}{1 + 9x^2} \, dx$                | 38) $\int \frac{1}{1 + 16x^2} \, dx$                      | 39) $\int \frac{1}{16 + x^2} \, dx$                       |
| 40) $\int \frac{1}{9 + 4x^2} \, dx$                | 41) $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} \, dx$ | 42) $\int \operatorname{cotg} x \, dx$                    |
| 43) $\int \frac{\ln^2 x}{x} \, dx$                 | 44) $\int \frac{1}{x \cdot \ln^2 x} \, dx$                | 45) $\int \frac{1}{x \cdot (1 + \ln^2 x)} \, dx$          |

Substituce (doporučené): 1)  $y = x + 2$ ; 2)  $y = 3x + 4$ ; 3)  $y = \frac{x}{2}$ ; 4)  $y = \pi - x$ ; 5)  $y = 3x$ ; 6)  $y = -x$ ; 7)  $y = x + 5$ ; 8)  $y = 2 - x$ ; 9)  $y = 2x - 1$ ; 10)  $y = x + 1$ ; 11)  $y = x + 1$ ; 12)  $y = 1 - x$ ; 13)  $y = 2x + 5$ ; 14)  $y = 3 - 5x$ ; 15)  $y = 2x - 1$ ; 16)  $y = 3 - 2x$ ; 17)  $y = x + 7$ ; 18)  $y = 3x + 2$ ; 19)  $y = 5x + 1$ ; 20)  $y = 3 - x$ ; 21)  $y = x + 1$ ; 22)  $y = 2x - 1$ ; 23)  $y = 1 - 2x$ ; 24)  $y = 4 - x$ ; 25)  $y = 1 - x$ ; 26)  $y = 1 + x^2$ ; 27)  $y = 3 + x^2$ ; 28)  $y = 1 + x^2$ ; 29)  $y = x^3 + 1$ ; 30)  $y = 1 - x^4$ ; 31)  $y = \sin x$ ; 32)  $y = e^x + 8$ ; 33)  $y = 2 + e^{2x}$ ; 34)  $y = \sin x$ ; 35)  $y = \sin x$ ; 36)  $y = \operatorname{arctg} x$ ; 37)  $y = 3x$ ; 38)  $y = 4x$ ; 39)  $y = \frac{x}{4}$ ; 40)  $y = \frac{2x}{3}$ ; 41)  $y = \operatorname{tg} x$ ; 42)  $y = \sin x$ ; 43)  $y = \ln x$ ; 44)  $y = \ln x$ ; 45)  $y = \ln x$ .

Výsledky: 1)  $\sin(x+2) + c, x \in \mathbb{R}$ ; 2)  $-\frac{1}{3}\cos(3x+4) + c, x \in \mathbb{R}$ ; 3)  $2\sin(\frac{x}{2}) + c, x \in \mathbb{R}$ ;  
4)  $\cos(\pi - x) + c, x \in \mathbb{R}$ ; 5)  $\frac{1}{3}e^{3x} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 6)  $-e^{-x} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 7)  $e^{x+5} + c, x \in \mathbb{R}$ ;  
8)  $-e^{2-x} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 9)  $\frac{1}{2}e^{2x-1} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 10)  $\frac{(x+1)^3}{3} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 11)  $\frac{(x+1)^{11}}{11} + c,$   
 $x \in \mathbb{R}$ ; 12)  $-\frac{(1-x)^{11}}{11} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 13)  $\frac{(2x+5)^6}{12} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 14)  $-\frac{(3-5x)^4}{20} + c, x \in \mathbb{R}$ ;  
15)  $\frac{1}{3}\sqrt{(2x-1)^3} + c, x > \frac{1}{2}$ ; 16)  $-\frac{3}{8} \cdot \sqrt[3]{(3-2x)^4} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 17)  $-\frac{1}{x+7} + c, x \neq -7$ ;  
18)  $-\frac{1}{6(3x+2)^2} + c, x \neq -\frac{2}{3}$ ; 19)  $\frac{2}{5}\sqrt{5x+1} + c, x > -\frac{1}{5}$ ; 20)  $-\frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{(3-x)^2} + c, x \neq 3$ ;  
21)  $\ln|x+1| + c, x \neq -1$ ; 22)  $\frac{1}{2}\ln|2x-1| + c, x \neq \frac{1}{2}$ ; 23)  $-\frac{1}{2}\ln|1-2x| + c, x \neq \frac{1}{2}$ ;  
24)  $-\ln|4-x| + c, x \neq 4$ ; 25)  $-3\ln|1-x| + c, x \neq 1$ ; 26)  $\sqrt{1+x^2} + c, x \in \mathbb{R}$ ;  
27)  $\frac{1}{3}(3+x^2)\sqrt{3+x^2} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 28)  $\frac{1}{2}\ln(1+x^2) + c, x \in \mathbb{R}$ ; 29)  $\frac{1}{3}\ln|x^3+1| + c,$   
 $x \neq -1$ ; 30)  $-\frac{\sqrt{1-x^4}}{2} + c, x \in (-1,1)$ ; 31)  $e^{\sin x} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 32)  $\frac{(e^x+8)^3}{3} + c,$   
 $x \in \mathbb{R}$ ; 33)  $\frac{1}{2}\ln(2+e^{2x}) + c, x \in \mathbb{R}$ ; 34)  $3\sqrt[3]{\sin x} + c, x \neq k\pi$ ; 35)  $\frac{1}{4}\sin^4 x + c,$   
 $x \in \mathbb{R}$ ; 36)  $\frac{1}{3}\operatorname{arctg}^3 x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 37)  $\frac{1}{3}\operatorname{arctg}(3x) + c, x \in \mathbb{R}$ ; 38)  $\frac{1}{4}\operatorname{arctg}(4x) + c,$   
 $x \in \mathbb{R}$ ; 39)  $\frac{1}{4}\operatorname{arctg}(\frac{x}{4}) + c, x \in \mathbb{R}$ ; 40)  $\frac{1}{6}\operatorname{arctg}(\frac{2x}{3}) + c, x \in \mathbb{R}$ ; 41)  $e^{\operatorname{tg} x} + c, x \neq$   
 $\frac{\pi}{2} + k\pi$ ; 42)  $\ln|\sin x| + c, x \neq k\pi$ ; 43)  $\frac{1}{3}\ln^3 x + c, x > 0$ ; 44)  $-\frac{1}{\ln x} + c, x > 0, x \neq 1$ ;  
45)  $\operatorname{arctg}(\ln x) + c, x > 0$ .