

## 1. Cvičení

Spočtěte integrály (bez použití per partes a substituce):

- |  |   |  |
|--|---|--|
| 1) $\int x^5 dx$                                   | 2) $\int 4x^3 dx$                       | 3) $\int \frac{1}{x^3} dx$               |
| 4) $\int \frac{1}{x^4} dx$                         | 5) $\int \frac{1}{x} dx$                | 6) $\int \sqrt{x} dx$                    |
| 7) $\int \sqrt[5]{x} dx$                           | 8) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx$      | 9) $\int x \cdot \sqrt[3]{x} dx$         |
| 10) $\int x^2 \cdot \sqrt{x} dx$                   | 11) $\int \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$       | 12) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x^5}} dx$    |
| 13) $\int 3x(x^2 - 1) dx$                          | 14) $\int 2x(3 - x) dx$                 | 15) $\int \frac{x^3 - 4x^2}{x^2} dx$     |
| 16) $\int \frac{1 + x^2}{x^3} dx$                  | 17) $\int (x^2 - 3x)^2 dx$              | 18) $\int \frac{x^2 + 3x - 4}{x + 4} dx$ |
| 19) $\int \left(\frac{1-x}{x}\right)^2 dx$         | 20) $\int \frac{(1-x)^2}{x\sqrt{x}} dx$ | 21) $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$         |
| 22) $\int (3 \sin x - 2 \cos x) dx$                |   |  |
| 23) $\int \frac{4 - 2 \cos^2 x}{\cos^2 x} dx$      |   |  |
| 24) $\int (\sin x - \pi) dx$                       |   |  |
| 25) $\int \operatorname{tg}^2 x dx$                |   |  |
| 26) $\int \frac{1}{1 + x^2} dx$                    |   |  |
| 27) $\int \frac{x^2}{1 + x^2} dx$                  |   |  |
| 28) $\int \frac{2x^2 - 3}{1 + x^2} dx$             |   |  |
| 29) $\int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)} dx$             |   |  |
| 30) $\int \frac{\sqrt{x} + x^3 e^x - x^2}{x^3} dx$ |   |  |
| 31) $\int \frac{x^4 + 1}{x^2 + 1} dx$              |   |  |
| 32) $\int \frac{x^3 - 3x^2 + x}{x^2 + 1} dx$       |   |  |
| 33) $\int \frac{e^{3x} - e^{2x}}{e^{2x}} dx$       |   |  |

Výsledky: 1)  $\frac{x^6}{6} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 2)  $x^4 + c, x \in \mathbb{R}$ ; 3)  $-\frac{1}{2x^2} + c, x \neq 0$ ; 4)  $-\frac{1}{3x^3} + c, x \neq 0$ ; 5)  $\ln|x| + c, x \neq 0$ ; 6)  $\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c, x > 0$ ; 7)  $\frac{5}{6}\sqrt[5]{x^6} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 8)  $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + c, x \neq 0$ ; 9)  $\frac{3}{7}x^2 \cdot \sqrt[3]{x} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 10)  $\frac{2}{7}x^3 \cdot \sqrt{x} + c, x > 0$ ; 11)  $-\frac{2}{\sqrt{x}} + c, x > 0$ ; 12)  $-\frac{3}{2}\frac{1}{\sqrt{x^2}} + c, x \neq 0$ ; 13)  $\frac{3x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 14)  $3x^2 - \frac{2x^3}{3} + c, x \in \mathbb{R}$ ; 15)  $\frac{x^2}{2} - 4x + c, x \neq 0$ ; 16)  $-\frac{1}{2x^2} + \ln|x| + c, x \neq 0$ ; 17)  $\frac{x^5}{5} - \frac{3x^4}{2} + 3x^3 + c, x \in \mathbb{R}$ ; 18)  $\frac{x^2}{2} - x + c, x \neq -4$ ; 19)  $-\frac{1}{x} - 2 \ln|x| + x + c, x \neq 0$ ; 20)  $\frac{2}{3}x\sqrt{x} - 4\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} + c, x > 0$ ; 21)  $-\operatorname{cotg} x + c, x \neq k\pi$ ; 22)  $-3 \cos x - 2 \sin x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 23)  $4 \operatorname{tg} x - 2x + c, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ; 24)  $-\cos x - \pi x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 25)  $\operatorname{tg} x - x + c, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ; 26)  $\operatorname{arctg} x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 27)  $x - \operatorname{arctg} x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 28)  $2x - 5 \operatorname{arctg} x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 29)  $\ln|x| + 2 \operatorname{arctg} x + c, x \neq 0$ ; 30)  $-\frac{2}{3\sqrt{x^3}} + e^x - \ln|x| + c, x > 0$ ; 31)  $\frac{x^3}{3} - x + 2 \operatorname{arctg} x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 32)  $\frac{x^2}{2} - 3x + 3 \operatorname{arctg} x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 33)  $e^x - x + c, x \in \mathbb{R}$ .

Spočítejte integrály pomocí metody per partes:

- |   |   |
|---|---|
| 1) $\int x^2 \cdot \ln x \, dx$                 | 2) $\int \frac{1}{x^3} \ln x \, dx$     |
| 3) $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \, dx$          | 4) $\int \sqrt[3]{x} \cdot \ln x \, dx$ |
| 5) $\int \frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}} \, dx$       | 6) $\int (2x + 3) \cdot \ln x \, dx$    |
| 7) $\int x \cdot \sin x \, dx$                  | 8) $\int x^2 \cdot \cos x \, dx$        |
| 9) $\int x^2 \cdot e^x \, dx$                   | 10) $\int (2x - 3) \cdot e^x \, dx$     |
| 11) $\int (x^2 + x) \cdot e^x \, dx$            | 12) $\int (3 - 2x) \cdot \sin x \, dx$  |
| 13) $\int (x^2 + 5) \cdot \cos x \, dx$         | 14) $\int e^x \cdot \cos x \, dx$       |
| 15) $\int \cos^2 x \, dx$                       | 16) $\int \sin x \cdot \cos x \, dx$    |
| 17) $\int x \cdot \operatorname{arctg} x \, dx$ | 18) $\int x \cdot \ln^2 x \, dx$        |
| 19) $\int \ln x \, dx$                          | 20) $\int \ln(x^2 + 1) \, dx$           |
| 21) $\int \ln^2 x \, dx$                        | 22) $\int x \cdot 2^x \, dx$            |
| 23) $\int e^x \cdot \sin(3 - x) \, dx$          | 24) $\int e^x \cdot \cos(3x + 1) \, dx$ |

Výsledky: 1)  $\frac{1}{3}x^3 \ln x - \frac{1}{9}x^3 + c, x > 0$ ; 2)  $-\frac{1}{2x^2} \ln x - \frac{1}{4x^2} + c, x > 0$ ; 3)  $2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} + c, x > 0$ ; 4)  $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} \ln x - \frac{9}{16}\sqrt[3]{x^4} + c, x > 0$ ; 5)  $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} \ln x - \frac{9}{4}\sqrt[3]{x^2} + c, x > 0$ ; 6)  $(x^2 + 3x) \cdot \ln x - \frac{x^2}{2} - 3x + c, x > 0$ ; 7)  $-x \cos x + \sin x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 8)  $x^2 \sin x - 2 \sin x + 2x \cos x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 9)  $x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 10)  $(2x - 5) \cdot e^x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 11)  $(x^2 - x + 1) \cdot e^x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 12)  $(2x - 3) \cdot \cos x - 2 \sin x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 13)  $(x^2 + 7) \cdot \sin x + 2x \cos x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 14)  $\frac{1}{2}e^x \sin x + \frac{1}{2}e^x \cos x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 15)  $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \sin x \cos x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 16)  $\frac{1}{2} \sin^2 x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 17)  $\frac{x^2}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 18)  $\frac{x^2}{2} \ln^2 x - \frac{x^2}{2} \ln x + \frac{x^2}{4} + c, x > 0$ ; 19)  $x \ln x - x + c, x > 0$ ; 20)  $x \ln(x^2 + 1) - 2x + 2 \operatorname{arctg} x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 21)  $x \ln^2 x - 2x \ln x + 2x + c, x > 0$ ; 22)  $\frac{1}{\ln 2} \cdot x \cdot 2^x - \frac{1}{\ln^2 2} \cdot 2^x + c, x \in \mathbb{R}$ ; 23)  $\frac{1}{2}e^x \sin(3 - x) + \frac{1}{2}e^x \cos(3 - x) + c, x \in \mathbb{R}$ ; 24)  $\frac{1}{10}e^x \cos(3x + 1) + \frac{3}{10}e^x \sin(3x + 1) + c, x \in \mathbb{R}$ .