

5. Cvičení

Vypočítejte obsah plochy "pod grafem", tj. mezi grafem dané funkce a osou x :

- | | |
|--|---|
| 1) $y = 2 - x, x \in \langle 0, 3 \rangle$ | 2) $y = 2x + 1, x \in \langle -2, 2 \rangle$ |
| 3) $y = x^2 - x, x \in \langle 0, 2 \rangle$ | 4) $y = x^2 - x, x \in \langle -2, 2 \rangle$ |
| 5) $y = x^2, x \in \langle -2, 2 \rangle$ | 6) $y = x^3, x \in \langle -2, 2 \rangle$ |
| 7) $y = \sqrt{x}, x \in \langle 0, 4 \rangle$ | 8) $y = \sqrt{x} - 1, x \in \langle 0, 4 \rangle$ |
| 9) $y = \cos x, x \in \langle -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \rangle$ | 10) $y = \sin x, x \in \langle -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \rangle$ |
| 11) $y = e^{-x}, x \in \langle 0, \infty \rangle$ | 12) $y = e^x, x \in \langle 0, \infty \rangle$ |
| 13) $y = \arctg x, x \in \langle -1, 1 \rangle$ | 14) $y = \operatorname{arccotg} x, x \in \langle -1, 1 \rangle$ |

Mezivýsledky — dělicí body: 1) 2; 2) $-\frac{1}{2}$; 3) 1; 4) 0 a 1; 5) 0; 6) 0; 7) nejsou; 8) 1; 9) nejsou; 10) 0; 11) nejsou; 12) nejsou; 13) 0; 14) nejsou.

Výsledky: 1) $\frac{5}{2}$; 2) $\frac{17}{2}$; 3) 1; 4) $\frac{17}{3}$; 5) $\frac{16}{3}$; 6) 8; 7) $\frac{16}{3}$; 8) 2; 9) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$; 10) $\frac{3}{2}$; 11) 1; 12) ∞ ; 13) $\frac{\pi}{2} - \ln 2$; 14) π .

Vypočítejte obsah plochy omezené křivkami:

- | | |
|---|---|
| 1) $y = x + 6, y = x^2$ | 2) $y = x^2, y = 2x + 3$ |
| 3) $y = 1 - x^2, y = 4x + 4$ | 4) $y = x^4, y = x$ |
| 5) $y = x^2 - 2x, y = 4 - x^2$ | 6) $y = \frac{x^2}{4}, y = \frac{x}{2} + 2$ |
| 7) $y = x^2, y = \frac{x^3}{3}$ | 8) $y = \frac{3}{x}, y = 4 - x$ |
| 9) $y = \frac{2}{x}, y = 3 + \frac{2}{x-3}$ | 10) $y = \sqrt[3]{x}, y = x^2$ |
| 11) $y = x^3, y = \sqrt{x}$ | 12) $y = x^3, y = 4x$ |
| 13) $y = x^4, y = x^2$ | 14) $y = \sqrt[3]{x}, y = x$ |
| 15) $y = \sqrt{2x}, \text{ osa } x, x = 3$ | 16) $y = -x^2, \text{ osa } x, x = 2$ |
| 17) $y = (x-3)^2, \text{ osa } x, x = 2$ | 18) $y = 3x^2, y = \frac{3}{x}, x = e$ |
- 19) $y = 12 - x - x^2$, kladná část osy x , osa y

Mezivýsledky: 1) $\int_{-2}^3 (x+6-x^2) dx$; 2) $\int_{-1}^3 (2x+3-x^2) dx$; 3) $\int_{-3}^{-1} (1-x^2-4x-4) dx$; 4) $\int_0^1 (x-x^4) dx$; 5) $\int_{-1}^2 (4-x^2-x^2+2x) dx$; 6) $\int_{-2}^4 (\frac{x}{2}+2-\frac{x^2}{4}) dx$; 7) $\int_0^3 (x^2-\frac{x^3}{3}) dx$; 8) $\int_1^3 (4-x-\frac{3}{x}) dx$; 9) $\int_1^2 (3+\frac{2}{x-3}-\frac{2}{x}) dx$; 10) $\int_0^1 (\sqrt[3]{x}-x^2) dx$; 11) $\int_0^1 (\sqrt{x}-x^3) dx$;

12) $\int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx + \int_0^2 (4x - x^3) dx = 2 \cdot \int_0^2 (4x - x^3) dx$; 13) $\int_{-1}^0 (x^2 - x^4) dx + \int_0^1 (x^2 - x^4) dx = 2 \cdot \int_0^1 (x^2 - x^4) dx$; 14) $\int_{-1}^0 (x - \sqrt[3]{x}) dx + \int_0^1 (\sqrt[3]{x} - x) dx = 2 \cdot \int_0^1 (\sqrt[3]{x} - x) dx$; 15) $\int_0^3 \sqrt{2x} dx$; 16) $\int_0^2 x^2 dx$; 17) $\int_2^3 (x-3)^2 dx$; 18) $\int_1^e (3x^2 - \frac{3}{x}) dx$; 19) $\int_0^3 (12 - x - x^2) dx$.

Výsledky: 1) $\frac{125}{6}$; 2) $\frac{32}{3}$; 3) $\frac{4}{3}$; 4) $\frac{3}{10}$; 5) 9; 6) 9; 7) $\frac{9}{4}$; 8) $4 - 3 \ln 3$; 9) $3 - 4 \ln 2$; 10) $\frac{5}{12}$; 11) $\frac{5}{12}$; 12) 8; 13) $\frac{4}{15}$; 14) $\frac{1}{2}$; 15) $2\sqrt{6}$; 16) $\frac{8}{3}$; 17) $\frac{1}{3}$; 18) $e^3 - 4$; 19) $\frac{45}{2}$.