4. cvičení

Ověřte, zda je řada geometrická. Pokud ano, určete její součet.

1 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^n$ **2** $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n$ **3** $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5}{7}\right)^{n+1}$

4 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{7}{5}\right)^n$ **5** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left(\frac{1}{4}\right)^n$ **6** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{3}{5}\right)^n$

7 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\left(\frac{5}{3}\right)^n$ **8** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{2n}\left(\frac{3}{5}\right)^n$ **9** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{2n+1}\left(\frac{1}{3}\right)^n$

10 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{4}\right)^{2n}$ **11** $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{3n+1}$ **12** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{1}{3}\right)^{2n+1}$

13 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{2}{3}\right)^n$ **14** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}$ **15** $\sum_{n=1}^{\infty}3\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^n$

16 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n\cdot 3^{n-1}}$ **17** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{3^n}$ **18** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{2^{3n}}$

19 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n+1}}{3\cdot 5^n}$ **20** $\sum_{n=1}^{\infty}5\cdot\frac{2^{n+1}}{3^n}$ **21** $\sum_{n=1}^{\infty}3\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)^n$

22 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{5\cdot 4^{n+1}}$ **23** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n\cdot 3^n}$ **24** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n\cdot\ln(e^n)}$

25 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n-1)^n}$ **26** $\sum_{n=1}^{\infty}e^{-n}$ **27** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{e^n}}$

28 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt[3]{e^n}}$ **29** $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^n}$ **30** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^{\frac{n}{3}}}$

Výsledky: **1** $\frac{1}{3}$; **2** 2; **3** $\frac{25}{14}$; **4** diverguje do $+\infty$; **5** $\frac{1}{5}$; **6** $-\frac{3}{8}$; **7** diverguje; **8** $\frac{3}{2}$; **9** $-\frac{1}{2}$; **10** $\frac{1}{15}$; **11** $\frac{1}{14}$; **12** $-\frac{1}{30}$; **13** $-\frac{2}{5}$; **14** $\frac{1}{2}$; **15** $\frac{3}{4}$; **16** $\frac{3}{5}$; **17** diverguje do $+\infty$; **18** $\frac{3}{5}$; **19** diverguje do $+\infty$; **20** 20; **21** $-\frac{6}{5}$; **22** $\frac{3}{20}$; **23** není geometrická; **24** 1; **25** není geometrická; **26** $\frac{1}{e-1}$; **27** $\frac{1}{\sqrt{e}-1}$; **28** $\frac{1}{\sqrt[3]{e}+1}$; **29** $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$; **30** $\frac{1}{\sqrt[3]{3}-1}$.

Vyjádřete řadu jako součet nebo rozdíl geometrických řad, určete její součet.

1 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+1}{3^n}$ **2** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n-1}{5^n}$

3 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 5^n}{7 \cdot 10^n}$ **4** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 1}{3^{n+2}}$

5 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{6^n}$ **6** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+2} - 5 \cdot 4^{n+1}}{2 \cdot 12^n}$

7 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n+2} + 3 \cdot 5^n}{7 \cdot 20^{n-1}}$ **8** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - 2^n}{2^{n+3}}$

Výsledky: **1** $2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$; **2** $\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$; **3** $\frac{1}{28} + \frac{1}{7} = \frac{5}{28}$; **4** diverguje do $+\infty$; **5** $\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$; **6** $\frac{3}{2} - 5 = -\frac{7}{2}$; **7** $\frac{80}{7} + \frac{20}{7} = \frac{100}{7}$; **8** diverguje do $-\infty$.

Ze seznamu vyberte ty řady, které nesplňují nutnou podmínku konvergence (a tudíž divergují):

1 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 - n}{n^3 + 1}$ **2** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n + 1}{n + 4}$ **3** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin^2(n)$

4 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{3 - \ln n}$ **5** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n - n}$ **6** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n - n}$

7 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n - n}$ **8** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2 - n^2}{3 - n^2}$ **9** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{2}{3 - n^2}$

10 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-3)^n \cdot \frac{1}{n^2}$ **11** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$ **12** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{(n+2) \cdot n!}$

13 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^4}{(1 + \frac{1}{n})^n}$ **14** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot (1 + \frac{1}{n})^n}$ **15** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{0,001}}$

16 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot n^2$ **17** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$ **18** $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{1}{n}$

Mezivýsledky — hodnota $\lim_{n\to\infty} a_n$: **1** 0; **2** 3; **3** neexistuje; **4** -1; **5** ∞; **6** 0; **7** 0; **8** neexistuje; **9** 0; **10** neexistuje; **11** 0; **12** 1; **13** ∞; **14** 0; **15** 1; **16** neexistuje; **17** 0; **18** $-\infty$.

Výsledky: Nesplňuje **2** , **3** , **4** , **5** , **8** , **10** , **12** , **13** , **15** , **16** , **18** .