

10. cvičení

Najděte všechna řešení diferenciální rovnice:

1 $y' \cdot y^2 = \sin x$

2 $y' \cdot e^y = 1$

3 $y' \cdot \frac{1}{y} = 1$

4 $y' \cdot \frac{1}{y} = -2$

5 $y' \cdot \frac{1}{y-2} = 3x^2$

6 $y' = 4xy$

Výsledky: **1** $y = \sqrt[3]{3c - 3 \cos x}$, $x \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$; **2** $y = \ln(x + c)$, $x > -c$, $c \in \mathbb{R}$;
3 $y = K \cdot e^x$, $x \in \mathbb{R}$, $K \neq 0$; **4** $y = K \cdot e^{-2x}$, $x \in \mathbb{R}$, $K \neq 0$; **5** $y = 2 + K \cdot e^{x^3}$,
 $x \in \mathbb{R}$, $K \neq 0$; **6** $y = K \cdot e^{2x^2}$, $x \in \mathbb{R}$, $K \neq 0$, a také $y \equiv 0$.

Najděte partikulární řešení diferenciální rovnice, které vyhovuje uvedené počáteční podmínce:

1 $y' \cdot \frac{1}{y^2} = 2x$, $y(0) = -1$

2 $y' \cdot \frac{1}{y} = \cos x$, $y(0) = 3$

3 $y' \cdot \frac{1}{y} = e^x$, $y(3) = 0$

4 $y' \cdot y^4 = x^4$, $y(1) = 0$

5 $y' = 6x^2y$, $y(0) = 5$

6 $y' = 6x^2y$, $y(1) = 0$

7 $y' \cdot \frac{1}{y-2} = 5x^4$, $y(1) = 3$

8 $y' \cdot \frac{1}{y+3} = 1$, $y(0) = 7$

9 $y' = 0,04y$, $y(100) = 1$

10 $y' = -0,04y$, $y(0) = -3$

11 $y' = -0,04y$, $y(100) = 1$

12 $y' \cdot x = -y$, $y(2) = 3$

13 $y' \cdot x = -y$, $y(0) = 0$

Výsledky: **1** $y = -\frac{1}{x^2+1}$, $x \in \mathbb{R}$; **2** $y = 3e^{\sin x}$, $x \in \mathbb{R}$; **3** neexistuje (do zadání nelze dosadit $y = 0$); **4** $y = \sqrt[5]{x^5 - 1}$, $x \in \mathbb{R}$; **5** $y = 5e^{2x^3}$, $x \in \mathbb{R}$; **6** $y \equiv 0$;
7 $y = 2 + \frac{1}{e} \cdot e^{x^5}$, $x \in \mathbb{R}$; **8** $y = 10e^x - 3$, $x \in \mathbb{R}$; **9** $y = \frac{1}{e^4} \cdot e^{0,04x}$, $x \in \mathbb{R}$;
10 $y = -3e^{-0,04x}$, $x \in \mathbb{R}$; **11** $y = e^4 \cdot e^{-0,04x}$, $x \in \mathbb{R}$; **12** $y = \frac{6}{x}$, $x \neq 0$;
13 $y \equiv 0$.