## 11. Cvičení

Najděte všechna řešení diferenciální rovnice. Použijte integrační faktor.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $y' + 5y = e^{2x}$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $y' + \dfrac{y}{x} = 3x$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $y' + y = e^{-x} \cdot \sin x$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $y' - \dfrac{1}{x} \cdot y = x$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $y' + \dfrac{3}{x} \cdot y = \dfrac{2}{x^3}$

$\boxed{\mathbf{6}}$ $y' + x \cdot y = 2x \cdot e^{\frac{x^2}{2}}$

$\boxed{\mathbf{7}}$ $y' + \dfrac{y}{x^2} = e^{\frac{1}{x}}$

$\boxed{\mathbf{8}}$ $y' - \operatorname{tg} x \cdot y = 3\sin^2 x$

Mezivýsledky — integrační faktor: $\boxed{\mathbf{1}}$ $e^{5x}$; $\boxed{\mathbf{2}}$ $x$; $\boxed{\mathbf{3}}$ $e^{x}$; $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{1}{x}$; $\boxed{\mathbf{5}}$ $x^3$; $\boxed{\mathbf{6}}$ $e^{\frac{x^2}{2}}$; $\boxed{\mathbf{7}}$ $e^{-\frac{1}{x}}$; $\boxed{\mathbf{8}}$ $\cos x$.

Výsledky: $\boxed{\mathbf{1}}$ $c \cdot e^{-5x} + \frac{1}{7}e^{2x}$, $x \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{2}}$ $x^2 + \frac{c}{x}$, $x \neq 0$, $c \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{3}}$ $e^{-x} \cdot (c - \cos x)$, $x \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{4}}$ $x^2 + c \cdot x$, $x \neq 0$, $c \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{5}}$ $\frac{2}{x^2} + \frac{c}{x^3}$, $x \neq 0$, $c \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{6}}$ $e^{\frac{x^2}{2}} + c \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$, $x \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{7}}$ $(x + c) \cdot e^{\frac{1}{x}}$, $x \neq 0$, $c \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{8}}$ $\frac{c+\sin^3 x}{\cos x}$, $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, $c \in \mathbb{R}$.

K rovnicím z minulého odstavce najděte partikulární řešení vyhovující počáteční podmínce $y(0) = 1$. Pokud takové řešení neexistuje, najděte partikulární řešení vyhovující podmínce $y(1) = 0$.

Výsledky: $\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{6}{7} \cdot e^{-5x} + \frac{1}{7}e^{2x}$, $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{2}}$ neexistuje; $x^2 - \frac{1}{x}$, $x \neq 0$; $\boxed{\mathbf{3}}$ $e^{-x} \cdot (2 - \cos x)$, $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{4}}$ neexistuje; $x^2 - x$, $x \neq 0$; $\boxed{\mathbf{5}}$ neexistuje; $\frac{2}{x^2} - \frac{2}{x^3}$, $x \neq 0$; $\boxed{\mathbf{6}}$ $e^{\frac{x^2}{2}}$, $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{7}}$ neexistuje; $(x - 1) \cdot e^{\frac{1}{x}}$, $x \neq 0$; $\boxed{\mathbf{8}}$ $\frac{1+\sin^3 x}{\cos x}$, $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.