5. cvičení

S využitím podílového kritéria rozhodněte o konvergenci řady:

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$ $\boxed{\mathbf{3}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}$ $\boxed{\mathbf{5}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n+1}$ $\boxed{\mathbf{6}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$

$\boxed{\mathbf{7}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (2n-1)}{5^n \cdot n!}$ $\boxed{\mathbf{8}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{2^n}$ $\boxed{\mathbf{9}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

$\boxed{\mathbf{10}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 \cdot 10 \cdot 15 \cdot \ldots \cdot 5n}{5^n \cdot n!}$ $\boxed{\mathbf{11}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^3}{(3n)!}$ $\boxed{\mathbf{12}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}$

$\boxed{\mathbf{13}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}$ $\boxed{\mathbf{14}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^3}$ $\boxed{\mathbf{15}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{\sqrt{n^n}}$

Mezivýsledky — hodnota $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$: $\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{\mathbf{3}}$ 0; $\boxed{\mathbf{4}}$ 0; $\boxed{\mathbf{5}}$ 3; $\boxed{\mathbf{6}}$ 0; $\boxed{\mathbf{7}}$ $\frac{2}{5}$; $\boxed{\mathbf{8}}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{\mathbf{9}}$ $\frac{1}{4}$; $\boxed{\mathbf{10}}$ 1; $\boxed{\mathbf{11}}$ $\frac{1}{27}$; $\boxed{\mathbf{12}}$ $\frac{2}{e}$; $\boxed{\mathbf{13}}$ $\frac{3}{e}$; $\boxed{\mathbf{14}}$ 0; $\boxed{\mathbf{15}}$ ∞.

Výsledky: (K = konverguje, D = diverguje) $\boxed{\mathbf{1}}$ K; $\boxed{\mathbf{2}}$ K; $\boxed{\mathbf{3}}$ K; $\boxed{\mathbf{4}}$ K; $\boxed{\mathbf{5}}$ D; $\boxed{\mathbf{6}}$ K; $\boxed{\mathbf{7}}$ K; $\boxed{\mathbf{8}}$ K; $\boxed{\mathbf{9}}$ K; $\boxed{\mathbf{10}}$ D (je to geometrická řada, $q = 1$); $\boxed{\mathbf{11}}$ K; $\boxed{\mathbf{12}}$ K; $\boxed{\mathbf{13}}$ D; $\boxed{\mathbf{14}}$ K; $\boxed{\mathbf{15}}$ D.

Pozn.: Všechny divergující řady divergují do $+\infty$, protože mají nezáporné členy.

S využitím odmocninového kritéria rozhodněte o konvergenci řady:

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \left(\frac{n+1}{n}\right)^n$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n^{-n}$ $\boxed{\mathbf{6}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{arctg}^n\left(1+\frac{1}{n}\right)$

$\boxed{\mathbf{7}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\operatorname{arccotg} n}{2}\right)^n$ $\boxed{\mathbf{8}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$

$\boxed{\mathbf{9}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sin(n\pi)}{3}\right)^n$ $\boxed{\mathbf{10}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(3+(-1)^n)^n}$

$\boxed{\textbf{11}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(7+(-1)^n)^n}$ $\boxed{\textbf{12}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n^2}}{n^n}$

$\boxed{\textbf{13}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\frac{\sin^2(3n)}{3}\Big)^n$ $\boxed{\textbf{14}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\frac{\cos^2(5n)}{4}\Big)^n$

Mezivýsledky — hodnota $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n}$: $\boxed{\textbf{1}}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{\textbf{2}}$ $\frac{1}{2}$; $\boxed{\textbf{3}}$ $\frac{1}{2e}$; $\boxed{\textbf{4}}$ $\frac{e}{2}$; $\boxed{\textbf{5}}$ 0; $\boxed{\textbf{6}}$ $\frac{\pi}{4}$; $\boxed{\textbf{7}}$ 0; $\boxed{\textbf{8}}$ 0; $\boxed{\textbf{9}}$ 0 (dokonce $a_n = 0$ pro všechna n); $\boxed{\textbf{10}}$ sudé $\frac{3}{4}$, liché $\frac{3}{2}$; $\boxed{\textbf{11}}$ sudé $\frac{1}{2}$, liché $\frac{2}{3}$; $\boxed{\textbf{12}}$ ∞; $\boxed{\textbf{13}}$ limita neexistuje, ale všechny $\sqrt[n]{a_n}$ jsou menší než $\frac{1}{3}$; $\boxed{\textbf{14}}$ limita neexistuje, ale všechny $\sqrt[n]{a_n}$ jsou menší než $\frac{1}{4}$.

Výsledky: (K = konverguje, D = diverguje) $\boxed{\textbf{1}}$ K; $\boxed{\textbf{2}}$ K; $\boxed{\textbf{3}}$ K; $\boxed{\textbf{4}}$ D; $\boxed{\textbf{5}}$ K; $\boxed{\textbf{6}}$ K; $\boxed{\textbf{7}}$ K; $\boxed{\textbf{8}}$ není definováno a_1, tj. řada není definována; kdyby bylo v zadání $\sum_{n=2}^{\infty}$, tak K; $\boxed{\textbf{9}}$ K; $\boxed{\textbf{10}}$ D; $\boxed{\textbf{11}}$ K; $\boxed{\textbf{12}}$ D; $\boxed{\textbf{13}}$ K; $\boxed{\textbf{14}}$ K.