**5. a 6. cvičení**

Rozhodněte o konvergenci a absolutní konvergenci funkční geometrické řady. Určete její součet.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} e^{5+3nx}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(x-3)^n}$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\ln x\Big)^n$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\cos x\Big)^n$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\operatorname{cotg} x\Big)^n$ $\boxed{\mathbf{6}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \Big(\operatorname{tg} x\Big)^{2n}$

$\boxed{\mathbf{7}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \cos^{2n}(x)$ $\boxed{\mathbf{8}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot e^{2-nx}$

$\boxed{\mathbf{9}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)\cdot 2^n}{x^{n+1}}$ $\boxed{\mathbf{10}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot (x-2)^n$

$\boxed{\mathbf{11}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{3^n}$ $\boxed{\mathbf{12}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{2n}}{3^n}$

Výsledky: (KA = konverguje absolutně, KN = konverguje neabsolutně, D = diverguje) $\boxed{\mathbf{1}}$ KA pro $x \in (-\infty, 0)$, $s = \frac{e^{3x+5}}{1-e^{3x}}$, D do $\infty$ pro $x \in \langle 0, \infty)$; $\boxed{\mathbf{2}}$ není definováno pro $x = 3$, KA pro $x \in (-\infty, 2) \cup (4, \infty)$, $s = \frac{1}{x-4}$, D do $\infty$ pro $x \in (3, 4\rangle$, D pro $x \in \langle 2, 3)$; $\boxed{\mathbf{3}}$ není definováno pro $x \in (-\infty, 0\rangle$, KA pro $x \in (\frac{1}{e}, e)$, $s = \frac{\ln x}{1-\ln x}$, D do $\infty$ pro $x \in \langle e, \infty)$, D pro $x \in (0, \frac{1}{e}\rangle$; $\boxed{\mathbf{4}}$ KA pro $x \neq k\pi$, $s = \frac{\cos x}{1-\cos x}$, D do $\infty$ pro $x = 2k\pi$, D pro $x = 2k\pi + \pi$; $\boxed{\mathbf{5}}$ není definováno pro $x = k\pi$, KA pro $x \in (\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{3\pi}{4} + k\pi)$, $s = \frac{\operatorname{cotg} x}{1-\operatorname{cotg} x}$, D do $\infty$ pro $x \in (k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi\rangle$, D pro $x \in \langle \frac{3\pi}{4} + k\pi, \pi + k\pi)$; $\boxed{\mathbf{6}}$ není definováno pro $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, KA pro $x \in (-\frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{4} + k\pi)$, $s = \frac{\operatorname{tg}^2 x}{1-\operatorname{tg}^2 x}$, D do $\infty$ pro $x \in (-\frac{\pi}{2} + k\pi, -\frac{\pi}{4} + k\pi\rangle \cup \langle \frac{\pi}{4} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi)$; $\boxed{\mathbf{7}}$ KA pro $x \neq k\pi$, $s = \frac{\cos^2 x}{1+\cos^2 x}$, D pro $x = k\pi$; $\boxed{\mathbf{8}}$ KA pro $x \in (0, \infty)$, $s = \frac{-e^2}{e^x+1}$, D pro $x \in (-\infty, 0\rangle$; $\boxed{\mathbf{9}}$ není definováno pro $x = 0$, KA pro $x \in (-\infty, -2) \cup (2, \infty)$, $s = \frac{2(x-1)}{x^2-2x}$, D do $\infty$ pro $x \in (0, 2\rangle$, D pro $x \in \langle -2, 0)$; $\boxed{\mathbf{10}}$ KA pro $x \in (1, 3)$, $s = \frac{2-x}{x-1}$, D do $\infty$ pro $x \in (-\infty, 1\rangle$, D pro $x \in \langle 3, \infty)$; $\boxed{\mathbf{11}}$ KA pro $x \in (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$, $s = \frac{x^2}{3-x^2}$, D do $\infty$ pro $x \in (-\infty, -\sqrt{3}\rangle \cup \langle \sqrt{3}, \infty)$; $\boxed{\mathbf{12}}$ KA pro $x \in (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$, $s = \frac{-x^2}{3+x^2}$, D pro $x \in (-\infty, -\sqrt{3}\rangle \cup \langle \sqrt{3}, \infty)$.

Rozhodněte o konvergenci a absolutní konvergenci funkční řady:

$\boxed{\mathbf{1}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot x^n}{5^n}$ $\boxed{\mathbf{2}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(x^n)}{3^n}$ $\boxed{\mathbf{4}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin\frac{x}{n}$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{x}{n^2}$

$\boxed{\mathbf{6}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n^2}$

$\boxed{\mathbf{7}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n}$

$\boxed{\mathbf{8}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x|^n}{n!}$

$\boxed{\mathbf{9}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot |x|^n$

$\boxed{\mathbf{10}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot |x|^n}{(3n+1)!}$

$\boxed{\mathbf{11}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^3}$

$\boxed{\mathbf{12}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} x^n \cdot \ln n$

$\boxed{\mathbf{13}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n \cdot \ln n}{n}$

$\boxed{\mathbf{14}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^{2n}(nx)}{3^n}$

$\boxed{\mathbf{15}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{x}{3^n}$

$\boxed{\mathbf{16}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n^2}}{3^n}$

$\boxed{\mathbf{17}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1+n^2} \cdot x^n$

$\boxed{\mathbf{18}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n^3}{n!} \cdot x^n$

$\boxed{\mathbf{19}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$

$\boxed{\mathbf{20}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{x^2+n^3}$

$\boxed{\mathbf{21}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{x+n}$

$\boxed{\mathbf{22}}$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2} \cdot x^n$

Výsledky: (KA = konverguje absolutně, KN = konverguje neabsolutně, D = diverguje)
$\boxed{\mathbf{1}}$ KA pro $x \in (-5,5)$, D do $\infty$ pro $x \in \langle 5,\infty)$, D pro $x \in (-\infty,-5\rangle$; $\boxed{\mathbf{2}}$ KA pro $x \in (-1,1)$, KN pro $x=-1$, D do $\infty$ pro $x \in \langle 1,\infty)$, D pro $x \in (-\infty,-1)$; $\boxed{\mathbf{3}}$ KA pro $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{4}}$ KA pro $x=0$, D do $\infty$ pro $x \in (0,\infty)$, D do $-\infty$ pro $x \in (-\infty,0)$; $\boxed{\mathbf{5}}$ KA pro $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{6}}$ KA pro $x \in \langle -3,-1\rangle$, D do $\infty$ pro $x \in (-1,\infty)$, D pro $x \in (-\infty,-3)$; $\boxed{\mathbf{7}}$ KA pro $x \in (-3,-1)$, KN pro $x=-3$, D do $\infty$ pro $x \in \langle -1,\infty)$, D pro $x \in (-\infty,-3)$; $\boxed{\mathbf{8}}$ KA pro $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{9}}$ KA pro $x \in (-1,1)$, D do $\infty$ pro $x \in (-\infty,-1\rangle \cup \langle 1,\infty)$; $\boxed{\mathbf{10}}$ KA pro $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{11}}$ KA pro $x \in \langle -1,1\rangle$, D do $\infty$ pro $x \in (1,\infty)$, D pro $x \in (-\infty,-1)$; $\boxed{\mathbf{12}}$ KA pro $x \in (-1,1)$, D do $\infty$ pro $x \in \langle 1,\infty)$, D pro $x \in (-\infty,-1\rangle$; $\boxed{\mathbf{13}}$ KA pro $x \in (-1,1)$, KN pro $x=-1$, D do $\infty$ pro $x \in \langle 1,\infty)$, D pro $x \in (-\infty,-1)$; $\boxed{\mathbf{14}}$ KA pro $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{15}}$ KA pro $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{16}}$ KA pro $x \in \langle -1,1\rangle$, D do $\infty$ pro $x \in (1,\infty)$, D pro $x \in (-\infty,-1)$; $\boxed{\mathbf{17}}$ KA pro $x \in (-1,1)$, KN pro $x=-1$, D do $\infty$ pro $x \in \langle 1,\infty)$, D pro $x \in (-\infty,-1)$; $\boxed{\mathbf{18}}$ KA pro $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{19}}$ KA pro $x \in (-1,1)$, KN pro $x=\pm 1$, D pro $x \in (-\infty,-1) \cup (1,\infty)$; $\boxed{\mathbf{20}}$ KA pro $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{21}}$ pro $x<0$ celá není definováno $a_{|x|}$, KN pro všechna ostatní $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\mathbf{22}}$ KA pro $x \in (-\frac{1}{e},\frac{1}{e})$, D do $\infty$ pro $x \in \langle \frac{1}{e},\infty)$, D pro $x \in (-\infty,-\frac{1}{e}\rangle$.