6. cvičení

Určete extrémy funkce F na dané množině.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $F(x,y)=\dfrac{x^3}{3}+y^2,\ x^2+y^2<9$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $F(x,y)=2x^2-y^2,\ 2x-y+1=0,\ x\in(-3,5)$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $F(x,y)=2x^2-4xy+y^4,\ 0<y<\sqrt{2x},\ x\in(0,2)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $F(x,y)=\dfrac{2}{3}x^3-y^2$, otevřený trojúhelník s vrcholy $[0,0],\ [2,0],\ [2,2]$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $F(x,y)=x^2-2xy+y,\ (0,3)\times\langle 0,2\rangle$

$\boxed{\mathbf{6}}$ $F(x,y)=3x-5y+4$, uzavřený trojúhelník s vrcholy $[2,-3],\ [-1,2],\ [3,1]$

$\boxed{\mathbf{7}}$ $F(x,y)=x+y$, uzavřený čtyřúhelník s vrcholy $[1,0],\ [-1,0],\ [0,1],\ [0,3]$, který neobsahuje bod $[0,0]$

Výsledky: $\boxed{\mathbf{1}}$ $\inf=-9$, $\sup=9$; $\boxed{\mathbf{2}}$ $\inf=-71$, $\max=F(-1,-1)=1$; $\boxed{\mathbf{3}}$ $\min=F(1,1)=-1$, $\sup=8$; $\boxed{\mathbf{4}}$ $\inf=-\frac{1}{3}$, $\sup=\frac{16}{3}$; $\boxed{\mathbf{5}}$ $\min=F(2,2)=-2$, $\sup=9$; $\boxed{\mathbf{6}}$ $\min=F(-1,2)=-9$, $\max=F(2,-3)=25$; $\boxed{\mathbf{7}}$ $\min=F(-1,0)=-1$, $\max=F(0,3)=3$.

Určete extrémy funkce F na dané množině. Při porovnávání logaritmů nepoužívejte kalkulačku, ale vyřešte si příslušné logaritmické nerovnice.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $F(x,y)=\ln(xy-x^3),\ x>0,\ 2x^2\leqq y\leqq 6$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $F(x,y)=\ln\dfrac{x+1}{2-y},\ \langle 0,1\rangle\times\langle 0,1\rangle$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $F(x,y)=\ln\dfrac{x+1}{2-y},\ \langle 0,1\rangle\times\langle 0,2)$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $F(x,y)=\ln\dfrac{x+1}{2-y},\ (-1,1\rangle\times\langle 0,2)$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $F(x,y)=\ln\dfrac{x+1}{2-y},\ (-1,1\rangle\times\langle 0,1\rangle$

$\boxed{\mathbf{6}}$ $F(x,y)=\dfrac{2}{x}+xy+\dfrac{4}{y},\ (0,\infty)\times(0,\infty)$

$\boxed{\mathbf{7}}$ $F(x,y)=\dfrac{2}{x}-xy^2+\dfrac{3}{y},\ (0,\infty)\times(0,\infty)$

$\boxed{\mathbf{8}}$ $F(x,y)=\ln(3xy-x^3)-y,\ x>0,\ \dfrac{x^2}{2}\leqq y\leqq 2$

$\boxed{\mathbf{9}}$ $F(x,y)=\ln(4-y)+\ln(y-x^2),$ na $D(F)$

Nápověda — podezřelé body: $\boxed{\mathbf{1}}$ $[\sqrt{3},6]$, $[\sqrt{2},6]$; $\boxed{\mathbf{2}}$ $[0,0]$, $[0,1]$, $[1,0]$, $[1,1]$; $\boxed{\mathbf{3}}$ $[0,0]$, $[1,0]$; $\boxed{\mathbf{4}}$ není třeba zjišťovat; $\boxed{\mathbf{5}}$ $[1,0]$, $[1,1]$; $\boxed{\mathbf{6}}$ $[1,2]$; $\boxed{\mathbf{7}}$ není třeba zjišťovat; $\boxed{\mathbf{8}}$ $[\sqrt{3},\frac{3}{2}]$, $[2,2]$, $[\sqrt{2},2]$, $[\sqrt{\frac{3}{2}},\frac{3}{2}]$; $\boxed{\mathbf{9}}$ $[0,2]$.

Výsledky: $\boxed{\mathbf{1}}$ $\inf=-\infty$, $\max=F(\sqrt{2},6)=\frac{5}{2}\ln 2$; $\boxed{\mathbf{2}}$ $\min=F(0,0)=-\ln 2$, $\max=F(1,1)=\ln 2$; $\boxed{\mathbf{3}}$ $\min=F(0,0)=-\ln 2$, $\sup=\infty$; $\boxed{\mathbf{4}}$ $\inf=-\infty$, $\sup=\infty$; $\boxed{\mathbf{5}}$ $\inf=-\infty$, $\max=F(1,1)=\ln 2$; $\boxed{\mathbf{6}}$ $\min=F(1,2)=6$, $\sup=\infty$; $\boxed{\mathbf{7}}$ $\inf=-\infty$, $\sup=\infty$; $\boxed{\mathbf{8}}$ $\inf=-\infty$, $\max=F(\sqrt{\frac{3}{2}},\frac{3}{2})=\frac{3}{2}\ln 3-\frac{1}{2}\ln 2-\frac{3}{2}$; $\boxed{\mathbf{9}}$ $\inf=-\infty$, $\max=F(0,2)=\ln 4$.

Metodou Jacobiánu určete extrémy funkce F na dané množině.

$\boxed{\mathbf{1}}$ $F(x,y)=2x-y+1,\ x^2+y^2=5$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $F(x,y)=e^{xy},\ x^2+y^2=8$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $F(x,y)=x-\sqrt{3}y+1,\ x^2+y^2=4$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $F(x,y)=x^2-2y^2,\ 4x^2+y^2=4$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $F(x,y)=3xy,\ x^4+y^4=32$

$\boxed{\mathbf{6}}$ $F(x,y)=\operatorname{arctg}(xy),\ x^4+x^2y^2+y^4=3$

Výsledky: $\boxed{\mathbf{1}}$ $\min=F(-2,1)=-4$, $\max=F(2,-1)=6$; $\boxed{\mathbf{2}}$ $\min=F(2,-2)=e^{-4}$, $\max=F(2,2)=e^4$; $\boxed{\mathbf{3}}$ $\min=F(-1,\sqrt{3})=-3$, $\max=F(1,-\sqrt{3})=5$;
$\boxed{\mathbf{4}}$ $\min=F(0,2)=F(0,-2)=-8$, $\max=F(1,0)=(-1,0)=1$;
$\boxed{\mathbf{5}}$ $\min=F(2,-2)=F(-2,2)=-12$, $\max=F(2,2)=F(-2,-2)=12$;
$\boxed{\mathbf{6}}$ $\min=F(1,-1)=F(-1,1)=-\frac{\pi}{4}$, $\max=F(1,1)=F(-1,-1)=\frac{\pi}{4}$.