3. cvičení

Spočtěte limity:

1 $\lim\limits_{[x,y]\to[0,0]} \ln(1-xy)$

2 $\lim\limits_{[x,y]\to[2,1]} \sqrt{1+\frac{x}{y}}$

3 $\lim\limits_{[x,y]\to[0,1]} \sqrt{1+\frac{x}{y}}$

4 $\lim\limits_{\substack{[x,y]\to[1,0]\\ y>0}} \sqrt{1+\frac{x}{y}}$

5 $\lim\limits_{\substack{[x,y]\to[1,0]\\ y\neq 0}} \sqrt{1+\frac{x^2}{y^2}}$

6 $\lim\limits_{\substack{[x,y]\to[0,0]\\ y\neq 0}} \sqrt{1+\frac{x^2}{y^2}}$

7 $\lim\limits_{\substack{[x,y]\to[0,0]\\ x\neq 0, y\neq 0}} \frac{2-\sqrt{4-xy}}{xy}$

8 $\lim\limits_{[x,y]\to[2,1]} \frac{x+y}{x-y}$

9 $\lim\limits_{\substack{[x,y]\to[0,0]\\ x\neq y}} \frac{x-y}{x+y}$

10 $\lim\limits_{\substack{[x,y]\to[1,1]\\ x\neq y}} \frac{x^2-y^2}{x-y}$

11 $\lim\limits_{[x,y]\to[0,0]} \frac{x^4+x^2y^4+y^4}{x^4+y^4}$

12 $\lim\limits_{[x,y]\to[0,0]} \frac{x^2+y^2+x^2y}{x^2+y^2}$

13 $\lim\limits_{\substack{[x,y]\to[2,2]\\ x\neq y}} \frac{x^3-y^3}{x^4-y^4}$

14 $\lim\limits_{[x,y]\to[0,0]} \frac{2x^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$

15 $\lim\limits_{[x,y]\to[0,0]} \frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$

16 $\lim\limits_{[x,y]\to[0,0]} \frac{2xy}{x^2+y^2}$

17 $\lim\limits_{[x,y]\to[0,0]} \frac{2x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

18 $\lim\limits_{\substack{[x,y]\to[0,0]\\ x\neq 0, y\neq 0}} (x^2+y^2)\cdot\sin\left(\frac{1}{xy}\right)$

19 $\lim\limits_{[x,y]\to[0,0]} \frac{\sin(x^2+y^2+xy)}{x^2+y^2+xy}$

20 $\lim\limits_{\substack{[x,y]\to[2,0]\\ y\neq 0}} \frac{\sin(x^2y)}{xy}$

21 $\lim\limits_{\substack{[x,y]\to[2,0]\\ y\neq 0}} \frac{\sin(xy^2)}{xy}$

22 $\lim\limits_{[x,y]\to[1,0]} \frac{\ln(1+e^{xy})}{x+y}$

23 $\lim\limits_{\substack{[x,y]\to[1,0]\\ y<0}} \frac{\ln(1-e^{xy})}{x+y}$

24 $\lim\limits_{[x,y]\to[1,0]} \frac{\ln(1-e^{xy})}{x+y}$

25 $\lim\limits_{\substack{[x,y]\to[0,0]\\ x\cdot y<0}} \frac{\ln(1-e^{xy})}{1+xy}$

26 $\lim\limits_{\substack{[x,y]\to[\infty,\infty]\\ x\neq y}} \frac{x+y}{x-y}$

27 $\lim\limits_{[x,y]\to[\infty,3]} \frac{x+y}{x-y}$

28 $\lim\limits_{[x,y]\to[\infty,-\infty]} \frac{x+y}{x-y}$

29 $\lim\limits_{[x,y]\to[\infty,\infty]} \frac{x+y}{x^2+y}$

30 $\lim\limits_{[x,y]\to[\infty,\infty]} \frac{x+y}{x^2+y^2}$

Výsledky: **1** 0; **2** $\sqrt{3}$; **3** 1; **4** ∞; **5** ∞; **6** limita neexistuje; **7** $\frac{1}{4}$; **8** 3; **9** limita neexistuje; **10** 2; **11** 1; **12** 1; **13** $\frac{3}{8}$; **14** 0; **15** 0; **16** limita neexistuje; **17** limita neexistuje; **18** 0; **19** 1; **20** 2; **21** 0; **22** $\ln 2$; **23** $-\infty$; **24** limita neexistuje; **25** $-\infty$; **26** limita neexistuje; **27** 1; **28** limita neexistuje; **29** limita neexistuje; **30** 0.

Nápověda k neexistujícím limitám: **6** zkuste směry $x = y$ a $x = 2y$; **9** zkuste směry $x = 0$ a $y = 0$; **16** zkuste směry $x = y$ a $x = -y$; **17** zkuste směr $y = 0$ pro $x > 0$ a pro $x < 0$; **24** pro $y > 0$ není funkce v okolí bodu $[1, 0]$ definovaná; **26** zkuste směry $x = 2y$ a $x = 3y$; **28** zkuste směry $x = -2y$ a $x = -y$; **29** zkuste směry $x = y$ a $x^2 = y$.