9. cvičení

Určete objem množiny pomocí trojného integrálu:

$\boxed{\mathbf{1}}$ množina omezená plochami $x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x + y = 1,\ x + y + z = 2$

$\boxed{\mathbf{2}}$ množina omezená plochami $x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x + y + z = 5$

$\boxed{\mathbf{3}}$ množina omezená plochami $x = 0,\ y = 0,\ z = -1,\ z = y^2,\ x + y - 1 = 0$

$\boxed{\mathbf{4}}$ množina bodů splňujících nerovnosti $0 \leqq x \leqq y,\ z^2 \leqq 4 - y^2$

$\boxed{\mathbf{5}}$ množina omezená plochami $z = x^2 + y^2,\ x + y = 2,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$

$\boxed{\mathbf{6}}$ množina bodů splňujících nerovnosti $0 \leqq x \leqq 2,\ 0 \leqq z \leqq x^2 - y^2$

$\boxed{\mathbf{7}}$ množina bodů splňujících nerovnosti $z \geqq y^2,\ z \leqq 2 - y,\ |x| \leqq z$

$\boxed{\mathbf{8}}$ množina bodů splňujících nerovnosti $x + y \leqq 3,\ 2 \leqq x + z \leqq 3,\ x \geqq 1,\ y \geqq 0$

$\boxed{\mathbf{9}}$ množina bodů splňujících nerovnosti $z \geqq 0,\ x^2 \leqq y \leqq 5 - z$

$\boxed{\mathbf{10}}$ množina bodů splňujících nerovnosti $x \geqq 0,\ y \geqq x,\ z \geqq 0,\ z \leqq \sqrt{9 - y^2}$

Mezivýsledky — meze integrálů: $\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \langle 0, 1\rangle,\ y \in \langle 0, 1 - x\rangle,\ z \in \langle 0, 2 - x - y\rangle$; $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \langle 0, 5\rangle,\ y \in \langle 0, 5 - x\rangle,\ z \in \langle 0, 5 - x - y\rangle$; $\boxed{\mathbf{3}}$ $x \in \langle 0, 1\rangle,\ y \in \langle 0, 1 - x\rangle,\ z \in \langle -1, y^2\rangle$; $\boxed{\mathbf{4}}$ $y \in \langle 0, 2\rangle,\ x \in \langle 0, y\rangle,\ z \in \langle -\sqrt{4 - y^2}, \sqrt{4 - y^2}\rangle$; $\boxed{\mathbf{5}}$ $x \in \langle 0, 2\rangle,\ y \in \langle 0, 2 - x\rangle,\ z \in \langle 0, x^2 + y^2\rangle$; $\boxed{\mathbf{6}}$ $x \in \langle 0, 2\rangle,\ y \in \langle -x, x\rangle,\ z \in \langle 0, x^2 - y^2\rangle$; $\boxed{\mathbf{7}}$ $y \in \langle -2, 1\rangle,\ z \in \langle y^2, 2 - y\rangle,\ x \in \langle -z, z\rangle$; $\boxed{\mathbf{8}}$ $x \in \langle 1, 3\rangle,\ y \in \langle 0, 3 - x\rangle,\ z \in \langle 2 - x, 3 - x\rangle$; $\boxed{\mathbf{9}}$ $z \in \langle 0, 5\rangle,\ y \in \langle 0, 5 - z\rangle,\ x \in \langle -\sqrt{y}, \sqrt{y}\rangle$; $\boxed{\mathbf{10}}$ $y \in \langle 0, 3\rangle,\ x \in \langle 0, y\rangle,\ z \in \langle 0, \sqrt{9 - y^2}\rangle$.

Výsledky: $\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{2}{3}$; $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{125}{6}$; $\boxed{\mathbf{3}}$ $\frac{7}{12}$; $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{16}{3}$; $\boxed{\mathbf{5}}$ $\frac{8}{3}$; $\boxed{\mathbf{6}}$ $\frac{16}{3}$; $\boxed{\mathbf{7}}$ $\frac{72}{5}$; $\boxed{\mathbf{8}}$ 2; $\boxed{\mathbf{9}}$ $\frac{40\sqrt{5}}{3}$; $\boxed{\mathbf{10}}$ 9.

Určete $\iiint_M f(x, y, z)\ \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$, je-li:

$\boxed{\mathbf{1}}$ $f(x, y, z) = x - y + z$

M množina bodů splňujících nerovnosti $0 \leqq x \leqq y \leqq z \leqq 1$

$\boxed{\mathbf{2}}$ $f(x, y, z) = xyz$

M množina bodů splňujících nerovnosti $0 \leqq z \leqq 1 - x,\ x \leqq y \leqq 2x$

$\boxed{\mathbf{3}}$ $f(x, y, z) = \dfrac{x + z}{\sqrt{y}}$

M množina bodů splňujících nerovnosti $2 - 2x < y < 2 - x,\ z^2 < y < 2$

$\boxed{\mathbf{4}}$ $f(x,y,z) = \dfrac{1}{y}$

M množina bodů splňujících nerovnosti $z \geqq \dfrac{2}{y} \geqq 0,\ z \leqq 3 - y,\ 0 \leqq x \leqq y$

$\boxed{\mathbf{5}}$ $f(x,y,z) = \cos(x + y + z)$

M množina bodů splňujících nerovnosti $0 \leqq z \leqq y \leqq x \leqq 2\pi$

$\boxed{\mathbf{6}}$ $f(x,y,z) = \sin(x + y + z)$

M množina bodů splňujících nerovnosti $0 \leqq z \leqq y \leqq x \leqq \pi$

Mezivýsledky — meze integrálů: $\boxed{\mathbf{1}}$ $x \in \langle 0,1\rangle,\ z \in \langle x,1\rangle,\ y \in \langle x,z\rangle$; $\boxed{\mathbf{2}}$ $x \in \langle 0,1\rangle,\ y \in \langle x,2x\rangle,\ z \in \langle 0,1-x\rangle$; $\boxed{\mathbf{3}}$ $y \in (0,2),\ x \in (1-\frac{y}{2}, 2-y),\ z \in (-\sqrt{y},\sqrt{y})$; $\boxed{\mathbf{4}}$ $y \in \langle 1,2\rangle,\ z \in \langle \frac{2}{y}, 3-y\rangle,\ x \in \langle 0,y\rangle$; $\boxed{\mathbf{5}}$ $z \in \langle 0,2\pi\rangle,\ x \in \langle z,2\pi\rangle,\ y \in \langle z,x\rangle$; $\boxed{\mathbf{6}}$ $z \in \langle 0,\pi\rangle,\ x \in \langle z,\pi\rangle,\ y \in \langle z,x\rangle$.

Výsledky: $\boxed{\mathbf{1}}$ $\frac{1}{12}$; $\boxed{\mathbf{2}}$ $\frac{1}{80}$; $\boxed{\mathbf{3}}$ 2; $\boxed{\mathbf{4}}$ $\frac{3}{2} - 2\ln 2$; $\boxed{\mathbf{5}}$ 0; $\boxed{\mathbf{6}}$ $-\frac{4}{3}$.