

## 5. cvičení

Určete  $\iint_M f(x, y) \, dx dy$ , je-li:

**1**  $f(x, y) = \frac{\cos\left(\frac{\pi y}{2x}\right)}{x^3}$

$M$  množina bodů splňujících nerovnosti  $x > 1$ ,  $x < y < 2x$

**2**  $f(x, y) = xy^2$

$M$  množina bodů splňujících nerovnosti  $-1 \leq x \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq x$

**3**  $f(x, y) = \frac{x^2}{y^4}$

$M$  množina bodů splňujících nerovnosti  $x^2 < y$ ,  $y^2 < x$

**4**  $f(x, y) = \ln(x + y)$

$M$  množina bodů splňujících nerovnosti  $0 < x + y < 1$

**5**  $f(x, y) = \ln(x + y)$

$M$  množina bodů splňujících nerovnosti  $0 < x + y < 2x < 1$

**6**  $f(x, y) = \sin(x + y) \cdot e^{-x}$

$M = (0, \infty) \times (0, \pi)$

Mezivýsledky — meze integrálů: **1**  $x \in (1, \infty)$ ,  $y \in (x, 2x)$ ; **2**  $x \in \langle 0, 1 \rangle$ ,  $y \in \langle 0, x \rangle$ ; **3**  $x \in (0, 1)$ ,  $y \in (x^2, \sqrt{x})$ ; **4**  $x \in (-\infty, \infty)$ ,  $y \in (-x, 1 - x)$ ; **5**  $x \in (0, \frac{1}{2})$ ,  $y \in (-x, x)$ ; **6**  $x \in (0, \infty)$ ,  $y \in (0, \pi)$ .

Výsledky: **1**  $-\frac{2}{\pi}$ ; **2**  $\frac{1}{15}$ ; **3**  $\infty$ ; **4**  $-\infty$ ; **5**  $-\frac{3}{8}$ ; **6**  $1$ .

S využitím Fubiniovy věty určete hodnoty následujících integrálů. Uvažujte  $0 < a < b$ .

**1**  $\int_0^\infty \frac{e^{-ax^2} - e^{-bx^2}}{x} \, dx$

**2**  $\int_0^\infty \frac{\operatorname{arctg}(ax)}{x} \, dx$

**3**  $\int_0^\infty \frac{\operatorname{arctg}(bx) - \operatorname{arctg}(ax)}{x} \, dx$

**4**  $\int_0^\infty \frac{e^{-ax^3} - e^{-bx^3}}{x} \, dx$

**5**  $\int_0^\infty \frac{\operatorname{arccotg} \frac{x}{b} - \operatorname{arccotg} \frac{x}{a}}{x} \, dx$

**6**  $\int_0^\infty \frac{e^{-\sqrt{x}} - e^{-2\sqrt{x}}}{x} \, dx$

**7**  $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x \cdot e^x} \, dx$

**8**  $\int_0^\infty \frac{1 - \cos x}{x \cdot e^x} \, dx$

Mezivýsledky — funkce z dvojného integrálu: **1**  $x \cdot e^{-yx^2}$ ; **2**  $\frac{1}{1+y^2x^2}$ ; **3**  $\frac{1}{1+y^2x^2}$ ; **4**  $x^2 \cdot e^{-yx^3}$ ; **5**  $\frac{1}{y^2+x^2}$ ; **6**  $e^{-\sqrt{xy}} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}$ ; **7**  $e^{-x} \cdot \cos(yx)$ ; **8**  $e^{-x} \cdot \sin(yx)$ .

Výsledky: **1**  $\frac{1}{2} \ln \frac{b}{a}$ ; **2**  $\infty$ ; **3**  $\frac{\pi}{2} \ln \frac{b}{a}$ ; **4**  $\frac{1}{3} \ln \frac{b}{a}$ ; **5**  $\frac{\pi}{2} \ln \frac{b}{a}$ ; **6**  $2 \ln 2$ ; **7**  $\frac{\pi}{4}$ ; **8**  $\frac{1}{2} \ln 2$ .