

## 1. cvičení

Spočtěte:

<b>1</b> $\int e^{xy} dy$	<b>2</b> $\int e^{xy} dx$	<b>3</b> $\int \frac{x^3}{y} dx$
<b>4</b> $\int \frac{x^3}{y} dy$	<b>5</b> $\int \frac{y}{e^x} dx$	<b>6</b> $\int \frac{y}{e^x} dy$
<b>7</b> $\int \sqrt{x-y} dx$	<b>8</b> $\int \sqrt{x-y} dy$	<b>9</b> $\int (3x^4y - 5xy^2 + 2y) dx$
<b>10</b> $\int x \cdot \cos(y) dy$	<b>11</b> $\int x \cdot \cos(y) dx$	<b>12</b> $\int (3x^4y - 5xy^2 + 2y) dy$
<b>13</b> $\int \sin(xy) dx$	<b>14</b> $\int \sin(x^2y) dy$	<b>15</b> $\int \frac{1}{x^2y} dx$
<b>16</b> $\int \frac{1}{x^2y} dy$	<b>17</b> $\int \frac{1}{\sqrt[3]{xy^2}} dy$	<b>18</b> $\int \frac{1}{\sqrt[3]{xy^2}} dx$
<b>19</b> $\int \frac{y}{x^2 + y^2} dy$	<b>20</b> $\int \frac{y}{x^2 + y^2} dx$	<b>21</b> $\int \frac{1}{x^2 + y^2} dx$
<b>22</b> $\int \frac{1}{1 + x^2y^2} dx$	<b>23</b> $\int \frac{xy}{1 + x^2y^2} dx$	<b>24</b> $\int \frac{1}{\sqrt{y-x^2}} dy$
<b>25</b> $\int \frac{1}{\sqrt{y-x^2}} dx$	<b>26</b> $\int x \cdot e^{x-y} dx$	<b>27</b> $\int (x+y) \cdot \ln(x+2y) dx$
<b>28</b> $\int x^2y \cdot e^{x-y} dy$	<b>29</b> $\int e^{xy} \cdot (x-y) dx$	<b>30</b> $\int 2x \cdot \operatorname{tg}(x^2y^2) dx$
<b>31</b> $\int \operatorname{arctg}(xy) dx$	<b>32</b> $\int \sqrt[3]{xy} \cdot \ln(x) dy$	<b>33</b> $\int \sqrt[3]{xy} \cdot \ln(x) dx$

Výsledky: **1**  $\frac{1}{x}e^{xy} + c(x)$ ,  $x \neq 0$ ; **2**  $\frac{1}{y}e^{xy} + c(y)$ ,  $y \neq 0$ ; **3**  $\frac{x^4}{4y} + c(y)$ ,  $y \neq 0$ ;  
**4**  $x^3 \cdot \ln|y| + c(x)$ ,  $y \neq 0$ ; **5**  $-\frac{y}{e^x} + c(y)$ ; **6**  $\frac{y^2}{2e^x} + c(x)$ ; **7**  $\frac{2}{3}\sqrt{(x-y)^3} + c(y)$ ,  $x > y$ ;  
**8**  $-\frac{2}{3}\sqrt{(x-y)^3} + c(x)$ ,  $x > y$ ; **9**  $\frac{3}{5}x^5y - \frac{5}{2}x^2y^2 + 2xy + c(y)$ ; **10**  $x \sin(y) + c(x)$ ;  
**11**  $\frac{x^2}{2} \cos(y) + c(y)$ ; **12**  $\frac{3}{2}x^4y^2 - \frac{5}{3}xy^3 + y^2 + c(x)$ ; **13**  $-\frac{\cos(xy)}{y} + c(y)$ ,  $y \neq 0$ ;  
**14**  $-\frac{\cos(x^2y)}{x^2} + c(x)$ ,  $x \neq 0$ ; **15**  $-\frac{1}{xy} + c(y)$ ,  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ ; **16**  $\frac{1}{x^2} \ln|y| + c(x)$ ,  
 $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ ; **17**  $\frac{3\sqrt[3]{y}}{\sqrt[3]{x}} + c(x)$ ,  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ ; **18**  $\frac{3\sqrt[3]{x^2}}{2\sqrt[3]{y^2}} + c(y)$ ,  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ ;  
**19**  $\frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2) + c(x)$ ,  $[x, y] \neq [0, 0]$ ; **20**  $\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right) + c(y)$ ,  $y \neq 0$ ; **21**  $\frac{1}{y} \operatorname{arctg}\left(\frac{x}{y}\right) + c(y)$ ,  $y \neq 0$ ;  
**22**  $\frac{1}{y} \operatorname{arctg}(xy) + c(y)$ ,  $y \neq 0$ ; **23**  $\frac{1}{2y} \ln(1 + x^2y^2) + c(y)$ ,  $y \neq 0$ ;  
**24**  $2\sqrt{y-x^2} + c(x)$ ,  $y > x^2$ ; **25**  $\arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{y}}\right) + c(y)$ ,  $y > x^2$ ; **26**  $e^{x-y}(x-1) + c(y)$ ;  
**27**  $\frac{x}{2}(x+2y) \ln(x+2y) - \frac{x^2}{4} + c(y)$ ,  $x+2y > 0$ ; **28**  $-x^2e^{x-y}(y+1) + c(x)$ ;  
**29**  $e^{xy} \cdot \left(\frac{x}{y} - 1 - \frac{1}{y^2}\right) + c(y)$ ,  $y \neq 0$ ; **30**  $-\frac{1}{y^2} \ln|\cos(x^2y^2)| + c(y)$ ,  $y \neq 0$ ,  $x^2y^2 \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ ;  
**31**  $x \cdot \operatorname{arctg}(xy) - \frac{1}{2y} \ln(1 + x^2y^2) + c(y)$ ,  $y \neq 0$ ; **32**  $\frac{3}{4} \sqrt[3]{xy^4} \cdot \ln(x) + c(x)$ ,  $x > 0$ ;  
**33**  $\frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4y} \cdot (\ln(x) - \frac{3}{4}) + c(y)$ ,  $x > 0$ .

Spočtěte:

$$\boxed{1} \int_0^1 (x^2 + y^2) dx$$

$$\boxed{2} \int_{-1}^1 (x^2 + y^2) dy$$

$$\boxed{3} \int_1^e \frac{1}{xy^3} dx$$

$$\boxed{4} \int_0^4 \sqrt{x+y} dx$$

$$\boxed{5} \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{x-y}} dy$$

$$\boxed{6} \int_0^\pi \cos(x+y^2) dx$$

$$\boxed{7} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x+y) dy$$

$$\boxed{8} \int_0^1 y \cdot \ln x dy$$

$$\boxed{9} \int_0^1 y \cdot \ln x dx$$

$$\boxed{10} \int_1^2 \frac{\ln(xy)}{xy} dx$$

$$\boxed{11} \int_{-1}^1 x \cdot e^{xy} dy$$

$$\boxed{12} \int_0^1 x \cdot e^{xy} dx$$

Výsledky:  $\boxed{1} \frac{1}{3} + y^2, y \in \mathbb{R}$ ;  $\boxed{2} 2x^2 + \frac{2}{3}, x \in \mathbb{R}$ ;  $\boxed{3} \frac{1}{y^3}, y \neq 0$ ;  $\boxed{4} \frac{2}{3}\sqrt{(4+y)^3} - \frac{2}{3}\sqrt{y^3}, y \geq 0$ ;  $\boxed{5} 2\sqrt{x+1} - 2\sqrt{x-1}, x > 1$ ;  $\boxed{6} -2 \sin(y^2), y \in \mathbb{R}$ ;  $\boxed{7} \sin x + \cos x, x \in \mathbb{R}$ ;  $\boxed{8} \frac{1}{2} \ln x, x > 0$ ;  $\boxed{9} -y, y \in \mathbb{R}$ ;  $\boxed{10} \frac{1}{2y} \ln^2(2y) - \frac{1}{2y} \ln^2(y), y > 0$ ;  $\boxed{11} e^x - e^{-x}, x \in \mathbb{R}$ ;  $\boxed{12} \frac{1}{y}e^y - \frac{1}{y^2}e^y + \frac{1}{y}, y \neq 0$ .