

## 8. cvičení

Určete polární souřadnice bodu:

<b>1</b> [1, 0]	<b>2</b> [0, 1]	<b>3</b> [-1, 0]	<b>4</b> [0, -1]
<b>5</b> [1, 1]	<b>6</b> [-1, -1]	<b>7</b> [ $\sqrt{3}$ , $\sqrt{3}$ ]	<b>8</b> [1, $\sqrt{3}$ ]
<b>9</b> [ $\sqrt{3}$ , 1]	<b>10</b> [ $-\sqrt{3}$ , 1]	<b>11</b> [ $-\sqrt{3}$ , -1]	<b>12</b> [ $\sqrt{3}$ , -1]

Výsledky: **1** [1, 0]<sub>p</sub>; **2** [1,  $\frac{\pi}{2}$ ]<sub>p</sub>; **3** [1,  $\pi$ ]<sub>p</sub>; **4** [1,  $\frac{3\pi}{2}$ ]<sub>p</sub> nebo [1,  $-\frac{\pi}{2}$ ]<sub>p</sub>; **5** [ $\sqrt{2}$ ,  $\frac{\pi}{4}$ ]<sub>p</sub>; **6** [ $\sqrt{2}$ ,  $\frac{5\pi}{4}$ ]<sub>p</sub>; **7** [ $\sqrt{6}$ ,  $\frac{\pi}{4}$ ]<sub>p</sub>; **8** [2,  $\frac{\pi}{3}$ ]<sub>p</sub>; **9** [2,  $\frac{\pi}{6}$ ]<sub>p</sub>; **10** [2,  $\frac{5\pi}{6}$ ]<sub>p</sub>; **11** [2,  $\frac{7\pi}{6}$ ]<sub>p</sub>; **12** [2,  $-\frac{\pi}{6}$ ]<sub>p</sub> nebo [2,  $\frac{11\pi}{6}$ ]<sub>p</sub>.

Zapište množinu pomocí intervalů s proměnlivou mezí pro  $\rho$  a  $\varphi$ , tj. v polárních souřadnicích.

- 1** množina bodů splňujících nerovnosti  $x^2 + y^2 \leq 3$ ,  $x \leq y$
- 2** množina bodů splňujících nerovnosti  $x^2 + y^2 \leq 1$ ,  $|x| \leq y$
- 3** množina bodů splňujících nerovnosti  $x^2 + y^2 \leq 2$ ,  $|y| \leq x$
- 4** množina bodů splňujících nerovnosti  $x^2 + y^2 \leq 5$ ,  $x^2 + y^2 \geq 1$ ,  $y \leq |x|$
- 5** množina bodů splňujících nerovnosti  $x^2 + y^2 \leq 1$ ,  $0 \leq y \leq \frac{x}{3}$
- 6** množina bodů splňujících nerovnosti  $x^2 + y^2 \leq 2$ ,  $-\sqrt{3}x \leq y \leq \sqrt{3}x$
- 7** množina bodů splňujících nerovnosti  $2x \leq x^2 + y^2 \leq 6x$
- 8** množina bodů splňujících nerovnosti  $x^2 + y^2 \leq x$ ,  $y \leq x$ ,  $y \geq 0$

Výsledky: **1**  $\rho \in \langle 0, \sqrt{3} \rangle$ ,  $\varphi \in \langle \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \rangle$ ; **2**  $\rho \in \langle 0, 1 \rangle$ ,  $\varphi \in \langle \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \rangle$ ; **3**  $\rho \in \langle 0, \sqrt{2} \rangle$ ,  $\varphi \in \langle -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \rangle$ ; **4**  $\rho \in \langle 1, \sqrt{5} \rangle$ ,  $\varphi \in \langle \frac{3\pi}{4}, \frac{9\pi}{4} \rangle$  nebo  $\varphi \in \langle -\frac{5\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \rangle$ ; **5**  $\rho \in \langle 0, 1 \rangle$ ,  $\varphi \in \langle 0, \arctg \frac{1}{3} \rangle$ ; **6**  $\rho \in \langle 0, \sqrt{2} \rangle$ ,  $\varphi \in \langle -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3} \rangle$ ; **7**  $\varphi \in \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$ ,  $\rho \in \langle 2 \cos \varphi, 6 \cos \varphi \rangle$ ; **8**  $\varphi \in \langle 0, \frac{\pi}{4} \rangle$ ,  $\rho \in \langle 0, \cos \varphi \rangle$ .

Zapište množinu ve válcových souřadnicích pomocí intervalů s proměnlivou mezí.

- 1** množina bodů splňujících nerovnosti  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $0 \leq z \leq 5 - y$
- 2** množina bodů splňujících nerovnosti  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $0 \leq z \leq y$
- 3** množina bodů splňujících nerovnosti  $1 < x^2 + y^2 < 4$ ,  $0 < z < \frac{y}{x}$

- 4** množina bodů splňujících nerovnosti  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 3$ ,  $0 \leq x \leq y \leq z \leq 2$   
**5** množina bodů splňujících nerovnosti  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 3$ ,  $0 \leq x \leq z \leq y$   
**6** množina bodů splňujících nerovnosti  $1 \leq x^2 + y^2 \leq 3$ ,  $x \leq z \leq y$   
**7** množina bodů splňujících nerovnosti  $x^2 + y^2 \leq z^2$ ,  $0 \leq z \leq 1$

Výsledky: **1**  $\rho \in \langle 1, 2 \rangle$ ,  $\varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle$ ,  $z \in \langle 0, 5 - \rho \sin \varphi \rangle$ ; **2**  $\rho \in \langle 1, 2 \rangle$ ,  $\varphi \in \langle 0, \pi \rangle$ ,  $z \in \langle 0, \rho \sin \varphi \rangle$ ; **3**  $\rho \in (1, 2)$ ,  $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2}) \cup (\pi, \frac{3\pi}{2})$ ,  $z \in (0, \operatorname{tg} \varphi)$ ; **4**  $\rho \in \langle 1, \sqrt{3} \rangle$ ,  $\varphi \in \langle \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \rangle$ ,  $z \in \langle \rho \sin \varphi, 2 \rangle$ ; **5**  $\rho \in \langle 1, \sqrt{3} \rangle$ ,  $\varphi \in \langle \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \rangle$ ,  $z \in \langle \rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi \rangle$ ; **6**  $\rho \in \langle 1, \sqrt{3} \rangle$ ,  $\varphi \in \langle \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \rangle$ ,  $z \in \langle \rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi \rangle$ ; **7**  $\varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle$ ,  $z \in \langle 0, 1 \rangle$ ,  $\rho \in \langle 0, z \rangle$ .

Zapište množinu ve sférických souřadnicích pomocí intervalů s proměnlivou mezí.

- 1** množina bodů splňujících nerovnosti  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ ,  $y \geq 0$   
**2** množina bodů splňujících nerovnosti  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 3$ ,  $z \geq 0$   
**3** množina bodů splňujících nerovnosti  $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 2$ ,  $x \leq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \leq 0$   
**4** množina bodů splňujících nerovnosti  $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 2$ ,  $0 \leq y \leq x$

Výsledky: **1**  $\rho \in \langle 0, 1 \rangle$ ,  $\varphi \in \langle 0, \pi \rangle$ ,  $\alpha \in \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$ ; **2**  $\rho \in \langle 0, \sqrt{3} \rangle$ ,  $\varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle$ ,  $\alpha \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$ ; **3**  $\rho \in \langle 1, \sqrt{2} \rangle$ ,  $\varphi \in \langle \frac{\pi}{2}, \pi \rangle$ ,  $\alpha \in \langle -\frac{\pi}{2}, 0 \rangle$ ; **4**  $\rho \in \langle 1, \sqrt{2} \rangle$ ,  $\varphi \in \langle 0, \frac{\pi}{4} \rangle$ ,  $\alpha \in \langle -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \rangle$ .

**♠** Jak vypadá polární zápis množiny omezené pravou polovinou dvojité vejcovky, tj. množiny bodů splňujících nerovnosti  $(x^2 + y^2)^3 \leq x^4$ ,  $x \geq 0$ ?