

Jak připravíme model vhodný pro diskusi úlohy (a ukážeme ji)

Ukázka 3 – Geometrie – Diskuse počtu řešení konstrukční úlohy a krokování konstrukce – Konstrukce trojúhelníku

Nástroje a možnosti uvedené v titulku předvedeme na velice jednoduchém zadání.

Sestrojíme řešení konstrukční úlohy: V určené polorovině sestrojíte všechny pravouhlé trojúhelníky ABC , je-li dána jejich přepona AB a výška v na přeponu.

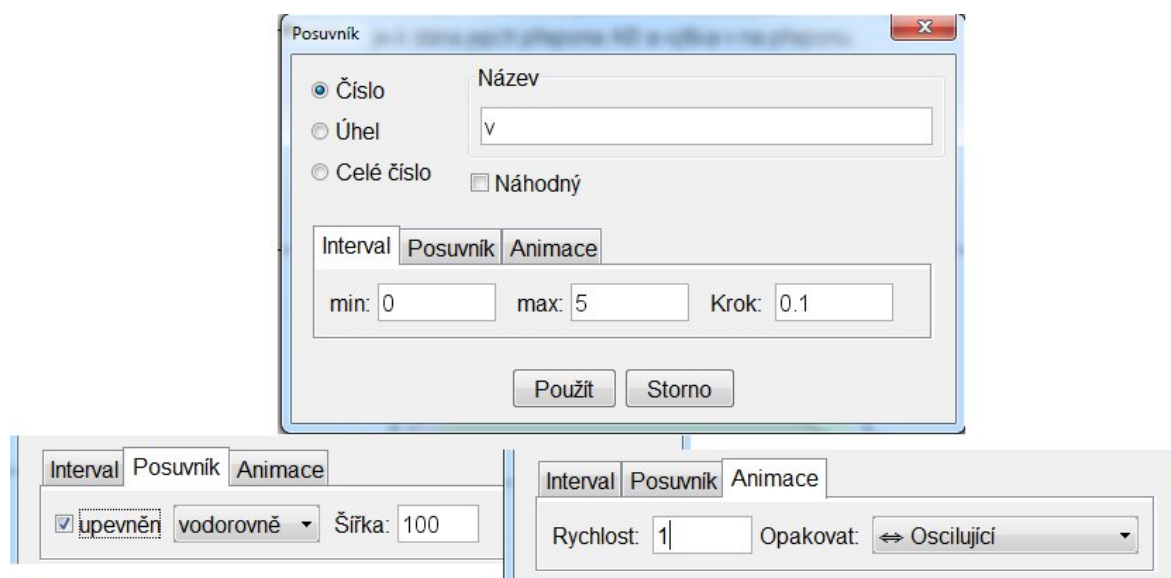
Myšlenka řešení: Zvolíme-li jednu z polorovin ohraničených přímkou AB , bude vrchol pravého úhlu C ležet na příslušné polokružnici Thaletovy kružnice nad průměrem AB . Dále bude ležet na jedné ze dvojice rovnoběžek vedených k přímce AB ve vzdálenosti v .

I tentokrát skryjeme okno *Algebra* a soustředíme se pouze na samotnou konstrukci. Do *Nákresny* však doplníme text zadání úlohy a navíc zpřístupníme možnost postupně trasovat konstrukci a sledovat její kroky. To nám pomůže při následné diskusi o počtu řešení úlohy.

1. Je-li okno *Algebra* zobrazené, skryjeme ho.
2. V *Nákresně* sestrojíme zadání – zvolíme polohu daných bodů A, B .
3. Chceme-li mít možnost (například kvůli sledování postupu při diskusi úlohy) měnit hodnoty zadaných prvků konstrukce, vložíme do modelu zadanou hodnotu v tak, abychom ji mohli snadno interaktivně měnit.

Toho nejnázorněji dosáhneme vložením *Posuvníku*. Nástroj najdeme v panelu v sadě aktivních prvků (nejspíš druhá sada zprava). Po volbě nástroje klikneme do *Nákresny* (tím *posuvník* umístíme) a zobrazí se dialogové okno (viz kombinovaný obrázek 3.1), v němž nastavíme potřebné parametry posuvníku (meze, krok, ...). Zvolíme název a v poli pro zadání názvu posuvníku můžeme dokonce přímo nastavit výchozí hodnotu zápisem $v = 3$. Počáteční hodnotu zvolíme vhodně vzhledem k délce sestrojené úsečky AB , tak, aby úloha měla řešení, tedy menší než polovina délky úsečky.

Vhodně omezíme definiční obor – požadovaný interval hodnot posuvníku – hodnoty budou kladné. Tažením myši za ovladač posuvníku pak měníme hodnotu stejnojmenné proměnné.



Obr. 3.1

4. Thaletovu kružnici nad průměrem AB nemůžeme sestrojít přímo, takový nástroj v nabídce není, sestrojíme tedy nejprve střed S úsečky AB a poté kružnici k se středem S , procházející jedním z bodů A, B .

Poznámka: polokružnici k_1 nad průměrem AB však přímým nástrojem sestrojít můžeme. Výběr jednoho ze dvou oblouků závisí na pořadí zadaných bodů při konstrukci.

5. Rovnoběžky s přímkou (úsečkou) AB v dané vzdálenosti také nestrojíme přímým nástrojem (ani příkazem ze vstupního řádku). Sestrojíme proto v libovolném bodě přímky (třeba v bodě A) kolmici k ní (k úsečce AB) – v modelu má název b – a na ni vyneseme vzdálenost v pomocí pomocné kružnice c : sestrojíme ji nástrojem *Kružnici daná středem a poloměrem*. Po volbě středu (bod A) budeme vyzváni ke vložení hodnoty poloměru. Vložíme (zapišeme) sem výraz – proměnnou v . Poloměr sestrojené kružnice se tak bude měnit v závislosti na aktuální hodnotě posuvníku.
6. Sestrojíme průsečík pomocné kružnice c a kolmice b . Pokud po volbě nástroje *Průsečík* označíme přímkou a kružnici, sestrojí se oba průsečíky E, F objektů c, b . Pokud přiblížíme kurzor myši k místu požadovaného průsečíku a zvolíme ho, sestrojí se jediný.
7. Vybraným průsečíkem vedeme (pomocí konstrukčního nástroje *Rovnoběžka*) přímkou d rovnoběžnou s přeponou AB .
8. Hledané vrcholy C_1, C_2 trojúhelníku jsou průsečíky přímky d a kružnice k .

Konstrukce je hotova, celý model však není – vinou zobrazených pomocných prvků konstrukcí – příliš přehledný a srozumitelný. Proto skryjeme pomocné konstrukční prvky, sestrojíme a zvýrazníme oba trojúhelníky ABC a do *Nákresny* doplníme textové pole se zadáním úlohy.

9. Skrytí pomocných konstrukčních prvků:

postupně: Vybíráme je a z kontextového menu přepínáme hodnotu položky *Zobrazit objekt*.

najednou (postupně, ale rychleji): Zobrazíme okno *Algebra* a v něm přepínáme viditelnost kliknutím na kuličku před názvem objektu.

nebo Zvolíme nástroj *Zobrazit/skrýt objekt* (sada nástrojů zcela vpravo) a vybíráme (klikáme na ně) objekty přímo v *Nákresně*.

nebo...(najdete jistě další možné postupy)

10. Nástrojem *Mnohouhelník* sestrojíme oba vzniklé trojúhelníky (nezapomeneme trojúhelník uzavřít opětovným kliknutím na první bod) a upravíme jejich grafické vlastnosti.

11. Do *Nákresny* vložíme textové pole se zadáním úlohy: Zvolíme nástroj *Vložit text* (speciální objekty, třetí sada zprava) a do vstupního pole zobrazeného okna napíšeme požadovaný text. Pokud neměníme žádná nastavení (zejména *nezaškrťáváme položku LaTeX vzorec*), zapisujeme text běžně včetně mezer mezi slovy a s požadovanými konci řádků.

Chceme-li zachovat synchronizaci textu s názvy objektů v modelu i pro případ jejich přejmenování, můžeme místo prostého zápisu názvů objektů vložit do textu tyto názvy pomocí rozbalovacího seznamu Objekty nebo přímo kliknout na objekt v Nákresně.

Pomocí pravého tlačítka myši nad vloženým polem pak zvolíme zobrazení Definice (nikoliv Hodnota).

12. Pro případ změny měřítka (přiblížení či oddálení obsahu *Nákresny*) nastavíme pevnou polohu vloženého *Textového pole* v *Nákresně*. Na kartě *Základní* v okně *Vlastnosti* zaškrtneme pole *Upevnit objekt*.

Poznámky:

Posuvník je (předvoleně) vložen s aktivní položkou *Absolutní souřadnice na obrazovce*.
























Pokud ho chceme přesunout, podaří se to nejnázve pomocí pravého tlačítka myši.

Posuvník můžeme vytvořit i pro úhel. Jeho hodnotu, interval hodnot a krok pak můžeme určit ve stupních.

V konečné podobě je konstrukce uložena v modelu [troj1.ggb](#).

Zobrazení postupu konstrukce

Pro zobrazení provedeného postupu konstrukce slouží okno *Zápis konstrukce*, které otevřeme z menu *Zobrazit* (nebo klávesovou kombinací **Ctrl + Shift + L**). Má vlastní intuitivní uživatelské rozhraní, které umožňuje zobrazit volitelný rozsah údajů o provedených krocích konstrukce (ikona *Sloupce* na liště okna). Textový zápis dodržuje barvu objektů. Sloupec *Popisek* dokonce umožňuje přímou editaci popisku objektu. Všechny sloupce k našemu modelu ukazují obrázek 3.2.

Č. Název	Lišta	Definice	Příkaz	Hodnota	Popisek	Bodzastavení
1 Bod A				$A = (-1.12, -1.03)$		<input type="checkbox"/>
2 Bod B				$B = (5.66, -1.03)$		<input type="checkbox"/>
3 Číslo v				$v = 3$		<input type="checkbox"/>
4 Úsečka a		Úsečka [A, B]	Usecka[A, B]	$a = 6.78$		<input type="checkbox"/>
5 Text text1				"Sestrojtevezvolené..."		<input checked="" type="checkbox"/>
6 Bod S		Střed A, B	StredSoumernosti[A, B]	$S = (2.27, -1.03)$		<input type="checkbox"/>
7 Kružnice k		Kružnice bodem A se středem S	Kruznice[S, A]	$k: (x - 2.27)^2 + (y + 1 \dots$		<input checked="" type="checkbox"/>
8 Oblouk k_1		Polokružnice nad A a B	Polokruznice[A, B]	$k_1 = 10.65$		<input checked="" type="checkbox"/>
9 Přímka b		Přímka bodem A kolmo k a	Kolmice[A, a]	$b: x = -1.12$		<input type="checkbox"/>
10 Kružnice c		Kružnice se středem A a poloměrem v	Kruznice[A, v]	$c: (x + 1.12)^2 + (y + 1 \dots$		<input type="checkbox"/>
11 Bod E		Průsečík c, b	Prusecik[c, b, 2]	$E = (-1.12, 1.97)$		<input type="checkbox"/>
12 Bod F		Průsečík c, b	Prusecik[c, b, 1]	$F = (-1.12, -4.03)$		<input type="checkbox"/>
13 Přímka d		Přímka bodem E rovnoběžně k a	Primka[E, a]	$d: y = 1.97$		<input checked="" type="checkbox"/>
14 Bod C_2		Průsečík k, d	Prusecik[k, d]	$C_2 = (0.69, 1.97)$		<input checked="" type="checkbox"/>
14 Bod C_1		Průsečík k, d	Prusecik[k, d]	$C_1 = (3.85, 1.97)$		<input checked="" type="checkbox"/>
15 Trojúhelník		Mnohoúhelník A, B, C_1	Mnohouhelnik[A, B, C_1]	mnohoúhelník2 = 10...		<input checked="" type="checkbox"/>
15 Úsečka c_1		Úsečka [A, B] náležející útvaru:	Usecka[A, B, mnohoúhelník2]	$c_1 = 6.78$		<input type="checkbox"/>
15 Úsečka a_2		Úsečka [B, C_1] náležející útvaru:	Usecka[B, C_1 , mnohoúhelník2]	$a_2 = 3.5$		<input type="checkbox"/>
15 Úsečka b_2		Úsečka [C_1 , A] náležející útvaru:	Usecka[C_1 , A, mnohoúhelník2]	$b_2 = 5.8$		<input type="checkbox"/>
16 Trojúhelník		Mnohoúhelník A, B, C_2	Mnohouhelnik[A, B, C_2]	mnohoúhelník1 = 10...		<input checked="" type="checkbox"/>
16 Úsečka c_2		Úsečka [A, B] náležející útvaru:	Usecka[A, B, mnohoúhelník1]	$c_2 = 6.78$		<input type="checkbox"/>
16 Úsečka a_1		Úsečka [B, C_2] náležející útvaru:	Usecka[B, C_2 , mnohoúhelník1]	$a_1 = 5.8$		<input type="checkbox"/>
16 Úsečka b_1		Úsečka [C_2 , A] náležející útvaru:	Usecka[C_2 , A, mnohoúhelník1]	$b_1 = 3.5$		<input type="checkbox"/>

Obr. 3.2

Pokud to logika konstrukce dovoluje, můžeme v okně *Zápisu konstrukce* dokonce (pomocí myši) navzájem přesouvat jednotlivé kroky konstrukce. Díky tomu můžeme textové pole se zadáním konstrukce přesunout hned na začátek celého postupu (celé animace).

Pro další postup nastavení přehrávání postupu konstrukce je důležitý sloupec *Body zastavení*. V něm zaškrtneme políčka pouze u těch kroků konstrukce, kde se má její přehrávání zastavit (úseky mezi body zastavení tedy představují jediný zobrazený krok).

Uvedené nastavení však není aktivní, dokud v ikoně *Nastavení* (druhá zleva) na liště okna *Zápisu konstrukce* nezaškrtneme volbu *Zobrazit jen body zastavení*.

Krokování a přehrávání konstrukce

Ovládání této možnosti nám zpřístupní *Navigační panel pro krokování konstrukce* (aktivuje se z menu *Zobrazit*). Jeho použití je zcela intuitivní. Jednotlivé kroky konstrukce závisí na jejich předchozím nastavení v okně *Zápisu konstrukce*. Pokud jsme nic neměnili, zobrazují se postupně všechny konstrukční kroky.

Také jsme mohli:

- ❖ Sestrojovat objekty pomocí příkazů ve vstupním řádku. Zmiňme se jen o tom, že příkaz *Rovnobezka[]* neexistuje. Rovnoběžku sestrojíme příkazem: $d=\text{Primka}[E,a]$.

Diskuse počtu řešení úlohy

Při krokování hotové konstrukce komentujeme, které konstrukce můžeme v daném okamžiku provést a za jakých podmínek:

1. Úsečku AB můžeme sestrojit vždy.
2. Thaletovu kružnici nad ní také.
3. Rovnoběžku v dané vzdálenosti rovněž.
4. Průsečíky obou čar ale existovat nemusí: měníme délku úsečky pohybem krajního bodu, nebo, lépe, měníme posuvníkem zadanou výšku a pozorujeme konstrukci.
Pro větší názornost zobrazíme v modelu délku úsečky AB – pro její popis vybereme volbu *Hodnota* (okno *Vlastnosti* či ikona na liště okna *Nákresna*). Porovnááme zadané délky.
5. Odvodíme vztahy: $v < |AB|/2$ pro existenci dvou řešení v dané polorovině, $v = |AB|/2$ jako podmínku pro existenci jediného řešení.