

Jak připravíme animovaný model a využijeme grafické zvýraznění

Ukázka 4.1 – Geometrie – Stopa objektu – Osová souměrnost a stejnoolehlost

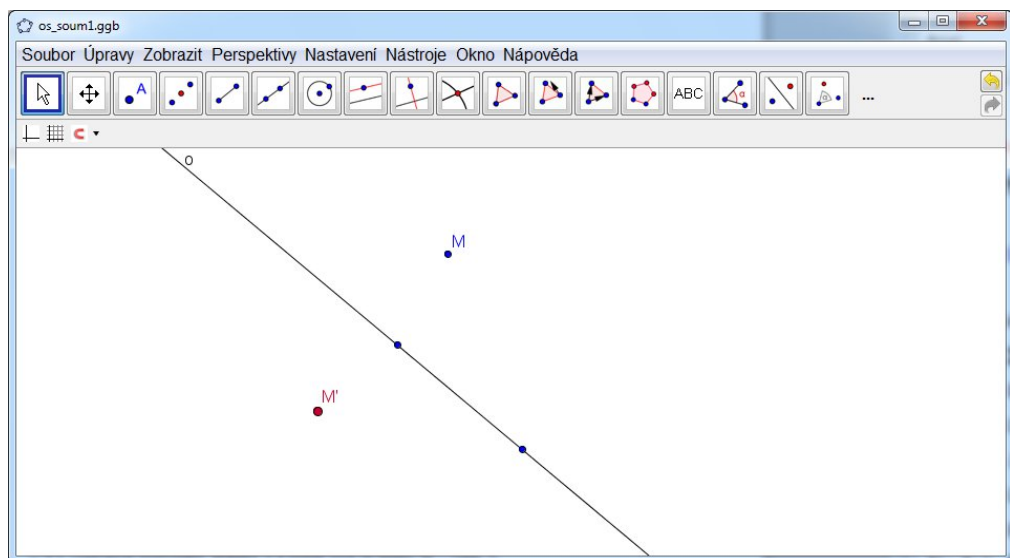
Sestrojíme modely, které budou demonstrovat vlastnosti shodných a podobných zobrazení, jmenovitě osové souměrnosti a stejnoolehlosti.

Opět vystačíme s oknem *Nákresna*.

Model první – stopa ([os_soum1.ggb](#))

Pro ukázkou vybereme v menu *Perspektivy* variantu *Elementární geometrie*. Rozvržení *Panelu nástrojů* se změnilo, neobsahuje teď nástroje umístěné v rozbalovacích sadách, ale jejich omezený výběr je umístěn v jediné řádce *Panelu*. Ze shodných zobrazení je na něm právě osová souměrnost (stále však můžeme obsah panelu upravit (menu *Nástroje*, položka *Nastavit panel nástrojů...*)).

Lišta okna obsahuje nástroje pro rychlé formátování a žádné další ikony pro manipulaci s oknem. Rozvržení prostředí ukazuje obrázek 4.1.



Obr. 4.1

1. V *Nákresně* sestrojíme přímku o a jeden bod M mimo ni – vzor.
2. K bodu M sestrojíme jeho obraz v osové souměrnosti s osou o :
Vybereme nástroj *Osová souměrnost* (nyní druhá ikona zprava), označíme nejprve vzor (bod M) a potom osu (přímku o). Tentokrát *na pořadí vybíraných prvků záleží*. Sestrojí se bod stejného jména jako vzor (M) označený čárkou – bod M' .
3. Oba body barevně odlišíme, zvětšíme velikost jejich grafického znázornění (to lze pomocí voleb na liště okna) a navíc buď v okně *Vlastnosti* aktivujeme (zaškrtneme) volbu *Zobrazit stopu* nebo přepneme příslušnou volbu v kontextovém menu bodů.
4. Nyní pomocí myši pohybuje *volným bodem* M a oba body, M i M' , zanechávají v *Nákresně* barevnou stopu. Vzor modrou, jeho obraz červenou.

Model nám poslouží k demonstraci vztahu vzor–obraz a k nalezení samodružných prvků zobrazení.

Téma k zamyšlení:

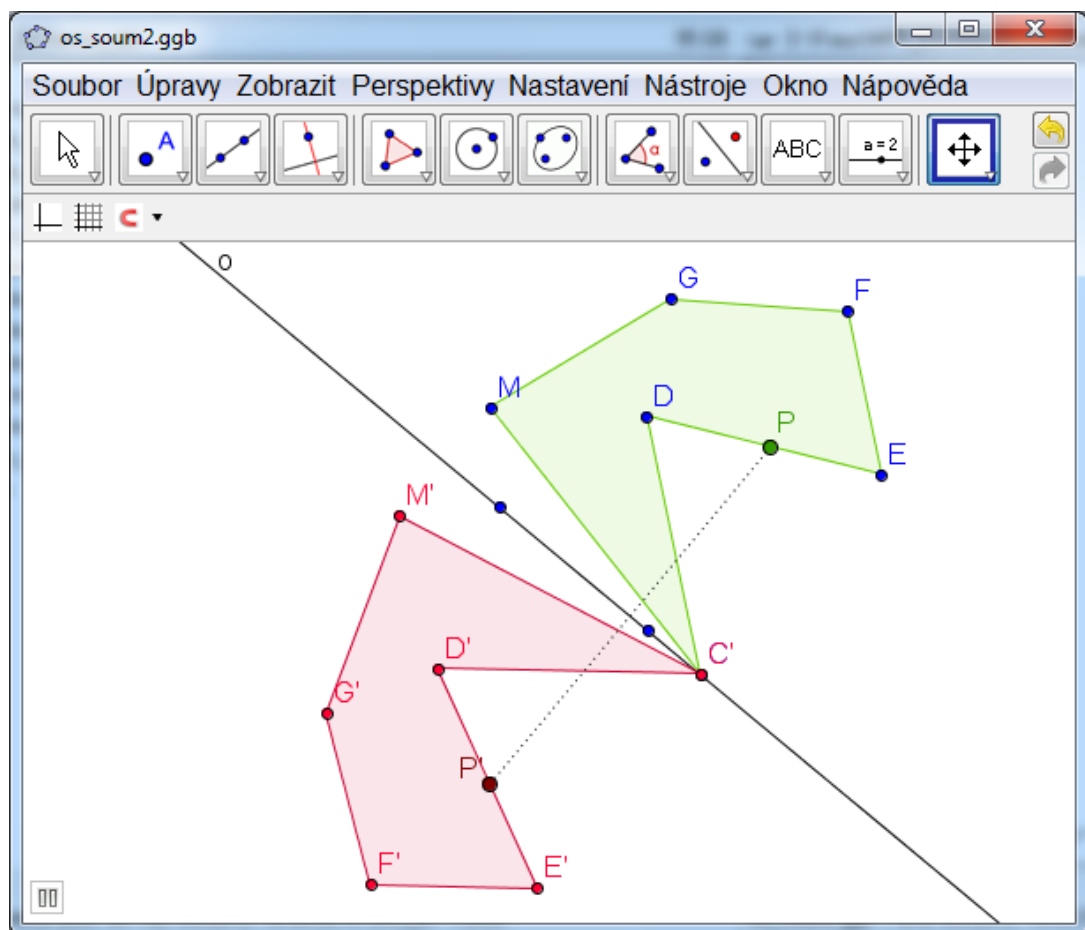
Pokud nepohybujeme daným volným bodem M , ale některým z volných bodů určujících přímku-osu, pak obraz M' rovněž opisuje křivku – jakou? Model je vhodný pro hledání hypotézy.

5. Stopu všech objektů najednou smažeme (překreslíme) příkazem *Překreslit* (menu *Zobrazit* nebo kombinace **Ctrl + F**).
6. Pokud již nechceme, aby body zanechávaly stopu, přepneme tuto možnost stejným postupem, jako jsme ji aktivovali – viz bod 3 výše.

Ručně (pomocí myši) „nakreslená“ čára nemusí potřebám demonstrace vyhovovat. GeoGebra dovoluje přímo sestavit obrazy nejen bodů, ale i dalších geometrických objektů.

Model druhý ([os_soum2.ggb](#)) s animací bodu na čáře

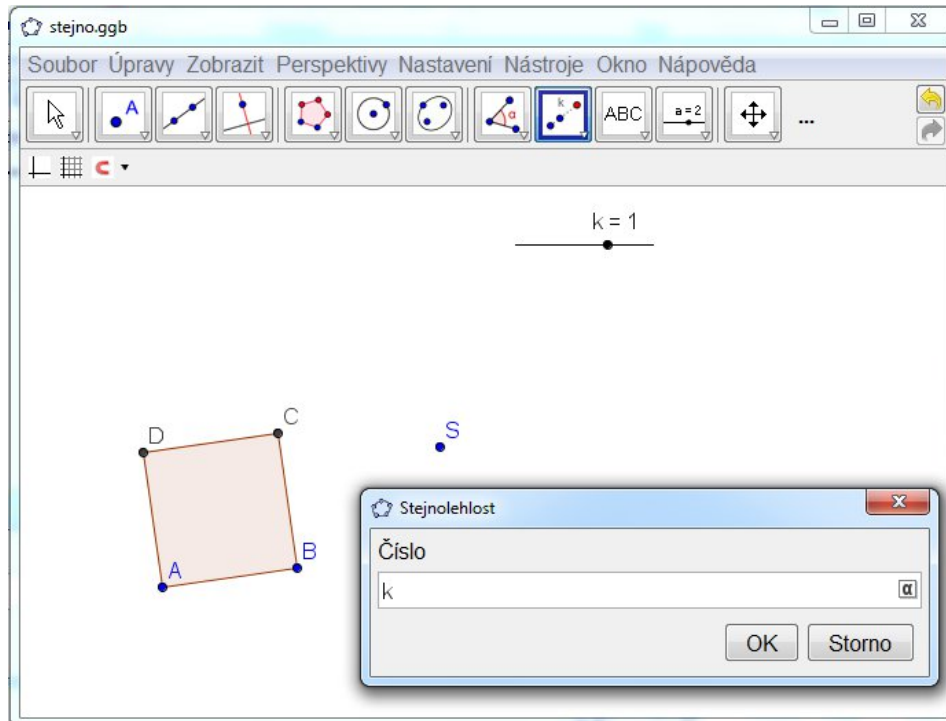
1. V modelu jsme sestrojili mnohoúhelník a ten jsme zobrazili v osové souměrnosti. V GeoGebře můžeme sestavit obrazy základních útvarů přímo, aniž bychom sestrojili obrazy jednotlivých bodů či úseček.
2. Změníme grafické vlastnosti (barvu obrazů – bodů i celého n-úhelníku). Obarvení nám umožní sledovat vlastnosti osové souměrnosti, samodružné body a útvary, ...
3. Pokud navíc sestrojíme na obvodu n-úhelníku bod (sestrojili jsme ho nástrojem *Bod na objektu* a nazvali jsme ho P) a jeho obraz v osové souměrnosti, můžeme v kontextovém menu bodu P aktivovat *animaci* – tato možnost se nabízí vždy, když umístíme bod na čáru. Po aktivaci animace se levém dolním rohu *Nákresny* objeví ovládací tlačítko, kterým můžeme animaci pozastavit/obnovit – viz obrázek 4.2.



Obr. 4.2

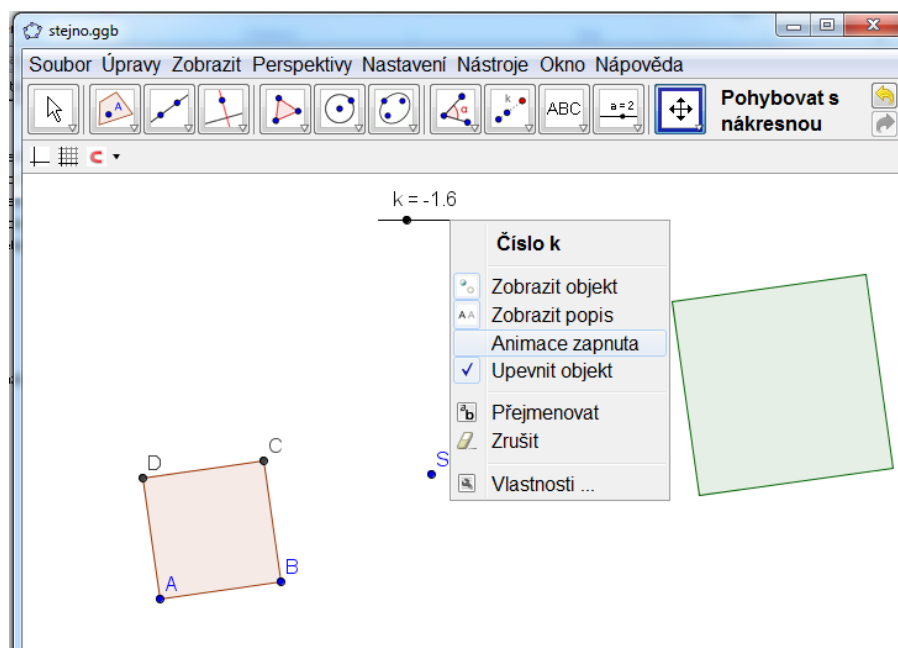
Model třetí ([stejno.ggb](#)) – animace posuvníku

1. V modelu jsme sestrojili mnohoúhelník a ten jsme zobrazili ve stejnolehlosti. Její koeficient jsme zadali posuvníkem a nastavili mu přiměřený definiční obor (rozsah hodnot). Nenechávejte výchozí hodnotu posuvníku rovnu 1, nevidíte obraz!



Obr 4.3

2. Pro ilustraci jsme vzorový objekt sestrojili nástrojem *Pravidelný mnohoúhelník* (čtverec). Všimněte si, že se vrcholy obrazu nesestrojily.
3. Podobně jako jsme nastavili animaci bodu v předchozím modelu, můžeme animovat i posuvník. V jeho vlastnostech najdeme možnost, jak ovlivnit parametry animace (rychlost, směr, opakování). Spustíme animaci a sledujeme vlastnosti stejnolehlosti.



Obr 4.4

Ukázka 4.2 – Geometrie – Demonstrace – Zaškrťovací políčko (interaktivní zobrazení částí konstrukce) – Kružnice devíti bodů (Feuerbachova)

Sestrojíme model, který bude zobrazovat tzv. kružnici devíti bodů a ilustrovat její vlastnosti. Objektů, které souvisejí s touto kružnicí, je tolik, že jejich současné zobrazení není příliš přehledné. GeoGebra umožní pohodlně zobrazovat pouze ty, které v dané situaci zvolíme.

Myšlenka konstrukce modelu: Model nebude sloužit k důkazu uvedených tvrzení, bude je pouze ilustrovat. Kružnice devíti bodů v trojúhelníku ABC prochází:

středů stran trojúhelníku,

patami výšek trojúhelníku,

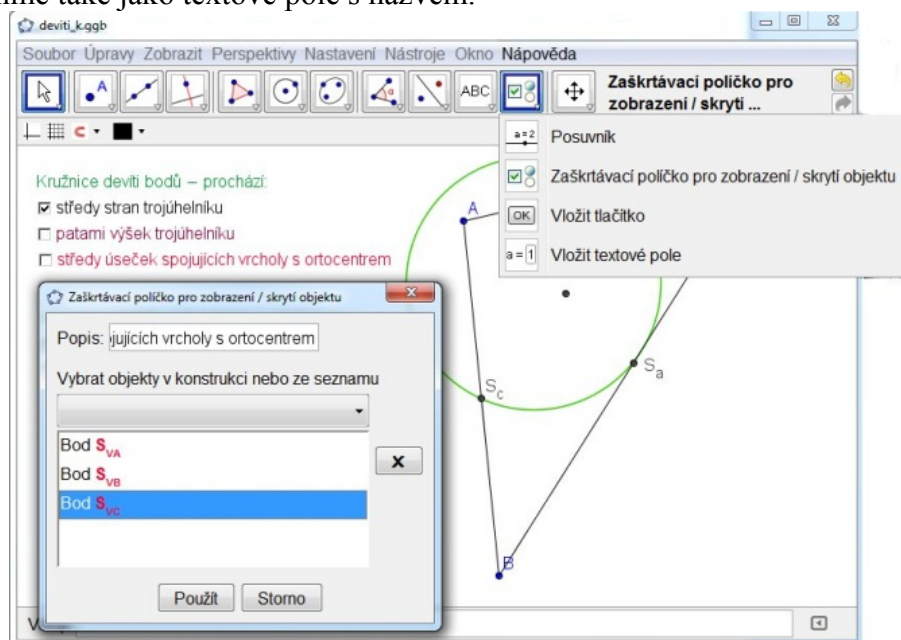
středů úseček spojujících ortocentrum s vrcholy trojúhelníku

a dotýká se všech kružnic dotýkajících se přímek stran trojúhelníku, tj.

kružnice vepsané a kružnic připsaných trojúhelníku (odtud – podle objevitele tohoto vztahu – nese název Feuerbachova).

Sestrojit uvedené prvky není obtížné, nové bude v tomto modelu to, jak celou scénu zpřehlednit a uvedené vztahy zobrazovat po částech.

1. Sestrojíme v *Nákresně* body A, B, C – vrcholy trojúhelníku a úsečky – jeho strany.
2. Sestrojíme středy S_a, S_b, S_c stran. Ty budou sloužit jako určující body kružnice devíti bodů – sestrojíme ji nástrojem *Kružnice daná třemi body* a nazveme ji fk . (Můžeme ji také sestrojit příkazem $fk = \text{Kružnice}[S_b, S_c, S_a]$).
3. Kružnice a trojúhelník zůstanou zobrazeny stále, jednotlivé body na kružnici však budeme skrývat. Do *Nákresny* postupně umístíme několik ovládacích prvků *Zaškrťovací políčko pro zobrazení / skrytí objektů* ze sady aktivních nástrojů (druhá sada panelu zprava). Název políčka je logická proměnná, jejíž hodnotou je stav (zaškrtnutí) políčka: *true* – zaškrtnuto (tj. závislé prvky zobrazit), *false* – nezaškrtnuto (závislé prvky skrýt).
 - Do *Nákresny* umístíme *Zaškrťovací políčko pro zobrazení / skrytí objektů*, do jeho pole *Popis* napíšeme text „středů stran trojúhelníku“ a do pole *Vybrat objekty v konstrukci nebo ze seznamu* vybereme z rozbalovacího seznamu či v *Nákresně* kliknutím vybereme body – sestojené středy stran S_a, S_b, S_c . To jsou body, jejichž zobrazení bude závislé na stavu políčka.
 - Políčko (systém mu přidělil název o), v *Nákresně* upevníme, aby se neměnila jeho poloha (*Vlastnosti – Základní – Upevnit výběrové políčko*).
 - Upevníme také jako textové pole s názvem.



Obr. 4.5

4. Sestrojíme paty Pa , Pb , Pc výšek na strany trojúhelníku:
 - Bodem A vedeme kolmici (nástroj *kolmice*) k úsečce (přímce) BC .
 - Ve *Vlastnostech* úsečky BC (a zároveň – pro další konstrukce pat výšek – i ostatních stran trojúhelníku) na kartě *Základní* aktivujeme volbu povolit vnější průsečíky. Co kdyby byl trojúhelník tupoúhlý... Označíme (třeba v levém výběrovém poli okna se seznamem všech objektů v modelu) úsečky a , b , c (nebo, protože zatím nemáme víc úseček, můžeme označit celou kategorii *Úsečka*) a na kartě *Základní* zaškrtneme zmíněné pole.
 - Sestrojíme průsečík kolmice vedené bodem A a úsečky a , pojmenujeme ho Pa .
 - Analogicky sestrojíme paty výšek Pb , Pc .
 - Pod první *zaškrťovací políčko* umístíme další *Zaškrťovací políčko pro zobrazení / skrytí objektů*, do jeho pole *Popis* napíšeme text „paty výšek trojúhelníku“ a do pole *Vybrat objekty v konstrukci nebo ze seznamu* vybereme z rozbalovacího seznamu či v *Nákresně* kliknutím body Pa , Pb , Pc .
5. Sestrojíme ortocentrum (*průsečík* výšek) V a středy S_{VA} , S_{VB} , S_{VC} úseček VA , VB , VC . Přiřadíme je dalšímu, nově vloženému, zaškrťovacímu políčku (má název v a *Popis* „středy úseček spojujících vrcholy s ortocentrem“).

Pokud při tvorbě zaškrťovacího políčka na některý objekt zapomeneme (například na bod V), můžeme ho přiřadit zaškrťovacímu políčku dodatečně:

6. Vybereme bod V a v jeho okně *Vlastnosti* na kartě *Pro pokročilé* zapíšeme název příslušného zaškrťovacího políčka do pole *Podmínky zobrazení objektu*.
 - My navíc chceme, aby se bod V zobrazil jak při zobrazení pat výšek, tak i při zobrazení naposledy sestrojených středů. Proto podmínku zobrazení objektu zapíšeme jako logický výraz – alternativu logických proměnných $u \vee v$. Tyto logické proměnné obsahují hodnotu stavu zaškrťovacích políček.
Logickou spojku vložíme nejsnáze pomocí tabulky znaků, která je dostupná pomocí ikonky v poli pro zápis podmínky, nebo přímo z klávesnice ve tvaru $\|$.

Dále se strojíme vepsanou kružnici a kružnice připsané a také ty přiřadíme dalším *zaškrťovacím políčkům*:

7. Sestrojíme všechny osy úhlů stran trojúhelníku. Upravíme jejich vzhled.
8. Sestrojíme odpovídající *průsečíky* sestrojených *os úhlů* a z nich spustíme kolmice na přímky stran trojúhelníku, sestrojíme jejich paty a úsečky mezi patou a odpovídajícím průsečíkem os – středem některé ze sestrojovaných kružnic, které vyznačují poloměry kružnic.
9. Sestrojíme vepsanou kružnici kv a připsané kružnice f_1 , e_1 , g_1 trojúhelníku.
10. Do *Nákresny* vložíme druhé *textové pole* s textem „Nazývá se též Feuerbachova – dotýká se“ a pod něj dvě *zaškrťovací políčka*: *políčko w* pro vepsanou kružnici, její střed a poloměr s *popisem* „kružnice trojúhelníku vepsané“ a druhé *zaškrťovací políčko z* pro připsané kružnice, jejich středy a poloměry s *popisem* „kružnic trojúhelníku připsaných“. *Políčka v Nákresně* upevníme.

Model je téměř hotov, pro větší názornost ještě

11. Graficky – zejména barevně – upravíme jednotlivé objekty (a shodně s nimi nastavíme barvu jim odpovídajících zaškrťovacích políček a případně textových polí).

Při výkladu či studiu vlastností kružnice devíti bodů pak volbou (zaškrtnutím) příslušného políčka v *Nákresně* zobrazujeme sledované body či kružnice.

Výsledný model najdete v souboru [devíti k.ggb](#).