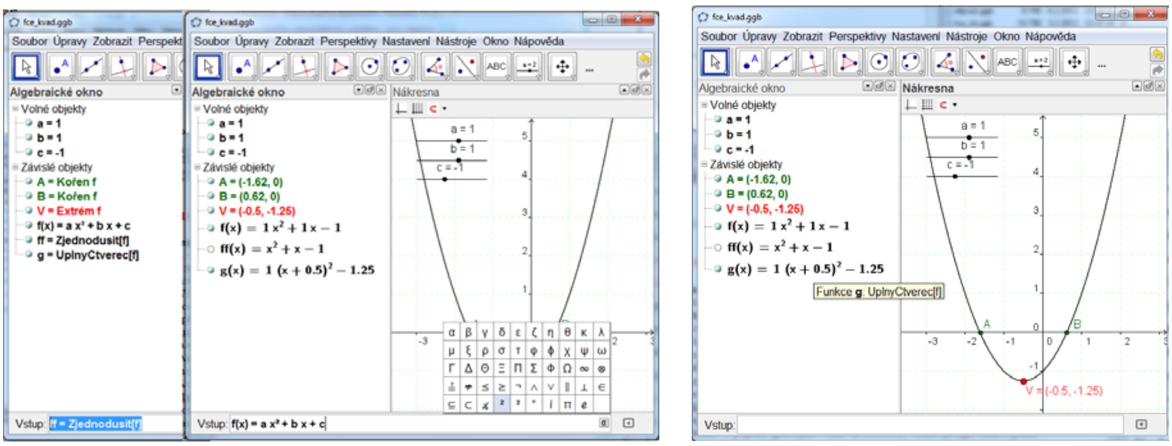
Jak využijeme interaktivní prvky pro konstrukci sady grafů funkcí

Ukázka 8 – Funkce – Posuvníky, příkazy – Kvadratická a lomená funkce

Model prvý – kvadratická funkce: Pro zadání kvadratické funkce využijeme posuvníky a ukážeme příkazy vedoucí k nalezení vrcholu paraboly a nulových bodů funkce.

Zadání předpisu funkce a jeho úpravy

1. Není-li zobrazené okno *Algebra*, zobrazíme je (***Ctrl*** **+** ***Shift*** **+ *A*** nebo menu *Zobrazit*), stejně jako *souřadnicové osy*.
2. Do *Nákresny* vložíme tři posuvníky pro parametry *a*, *b*, *c* – koeficienty kvadratické funkce. To nám umožní sledovat vlastnosti celé skupiny funkcí.
3. Do příkazové řádky zapíšeme předpis kvadratické funkce, který využívá hodnoty posuvníků: f(x) = a x^2 + b x + c, potvrdíme klávesou ***Enter***. Poznámky k zadávání výrazu:
   - Mezi názvem parametru (posuvníku) a proměnnou x musíme napsat mezeru nebo hvězdičku (znak násobení). Výraz $ax^2 + bx + c$ zapsaný bez mezer způsobí chybu.
   - Výraz x^2 zapíšeme buď z klávesnice jako posloupnost znaků x^2 nebo vložením speciálního znaku z tabulky znaků, kterou vyvoláme kliknutím na ikonku vpravo v příkazovém poli (je viditelná, až když do pole vstoupíme – viz obrázek 8.1). Nebo také klávesovou zkratkou – ve Windows ***Alt*** **+ *2*** – viz klávesové zkratky na webu GeoGebry – http://wiki.geogebra.org/en/Keyboard_Shortcuts.
4. V okně *Algebra* vidíme předpis funkce, v němž jsou proměnné parametrů nahrazeny hodnotami. (To platí, pokud jsme prostřednictvím menu *Nastavení* položky *Algebraické popisy* nezměnili zobrazení obsahu okna – viz alternativní obsah okna *Algebra* v montáži pohledů na obrázku 8.1.)
   Manipulací s posuvníky měníme předpis funkce.
5. Chceme-li „vylepšit“ uvedený předpis (třeba nezapisovat v něm zbytečné jedničky), použijeme příkaz *ff* = Zjednodusit[*f*]. Ten ovšem vytvoří a zobrazí novou funkci. Můžeme ji skrýt, její graf je totožný s grafem funkce *f*.
6. Stejnou funkci do třetice získáme příkazem *g* = UplnyCtverec[*f*]. Rozloží předpis funkce na úplný čtverec + konstantu, tedy na tvar, z něhož vidíme souřadnice vrcholu paraboly.



Obr. 8.1, 8.2

Významné body na grafu funkce

1. Vrchol *V* grafu funkce sestrojíme v případě polynomické funkce jednoduchým příkazem *V* = Extrem[*f*]. Jde-li funkční předpis mnohočlen, najde příkaz všechny lokální extrémy. Výsledek ukazuje obrázek 8.2. Výsledný model je v modelu fce_kvad.ggb.
2. Podobně pro *polynomické funkce* najdeme průsečíky s osou x: příkaz NuloveBody[*f*] sestrojí všechny průsečíky (v modelu body *A*, *B*). Pokud změníme zadání (hodnoty posuvníků) tak, že graf osu x neprotíná, bude hodnota bodů *A*, *B* „*nedefinováno*“.

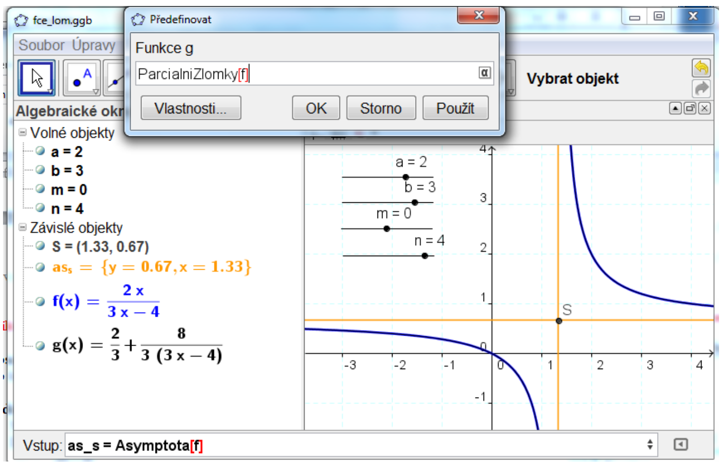
Model druhý – lomená funkce: Pro zadání kvadratické funkce využijeme opět posuvníky, upravíme předpis a sestrojíme asymptoty.

Zadání předpisu funkce a jeho úpravy

1. Do *Nákresny* vložíme čtyři posuvníky pro proměnné *a*, *b*, *m, n* – parametry lomené funkce $f(x) = \dfrac{ax - m}{bx - n}$.
2. Do příkazové řádky zapíšeme předpis lomené funkce, který využívá hodnoty posuvníků: f(x) = (*a* x – *m*) / (*b* x – *n*), potvrdíme klávesou ***Enter***. Výrazy se do vstupního pole zadávají v řádkovém tvaru, je proto třeba pamatovat na důsledné a správné závorkování.
3. V okně *Algebra* však vidíme předpis funkce ve tvaru klasického zlomku, v němž jsou proměnné parametrů nahrazeny hodnotami. Pomocí posuvníků měníme předpis funkce.
4. Tvar předpisu, z něhož umíme přečíst souřadnice středu rovnoosé hyperboly a délku její hlavní osy, získáme pomocí funkce *g* = ParcialniZlomky[*f*]. Opět se tím v modelu sestrojí další funkce ekvivalentní s *f*, a můžeme (nemusíme) její – identický – graf skrýt.

Asymptoty

5. Asymptoty sestrojíme příkazem Asymptota. Výsledkem některých příkazů je ne jeden, ale několik objektů. Ty jsou v některých případech uzavřeny v jediném objektu typu *Seznam*. Seznam je cosi jako uspořádaná n-tice, ale při některých operacích se s ním pracuje podobně jako s množinou. Své prvky má uzavřené do složených závorek a oddělené čárkou. Díky uzavření objektů do *seznamu* je formátujeme (přes formát *seznamu*) společně, jako jediný prvek. V modelu jsme sestrojili seznam *as_s* = Asymptota[*f*].
   Syntaxi příkazů vidíme v příkazovém řádku a editačním poli na obrázku 8.3.



Obr. 8.3

Významné body vztahující se ke grafu

6. Střed *S* hyperboly jsme sestrojili pomocí vypočtených souřadnic: *S* = (*n/b*, *a/b*). Příkaz Stred[] použít nemůžeme. Graf je sice kuželosečka (hyperbola), ale typ objektu je funkce a nikoliv kuželosečka. Pro objekt funkce není příkaz „střed" definován.
7. Protože nejde o *polynomickou funkci,* nenajdeme najednou všechny průsečíky grafu s osou x: příkaz NuloveBody[*f*] s jediným parametrem použít nelze a musíme specifikovat interval, kde nulový bod hledáme: NuloveBody[f, –1, 1] (v modelu bod *A*). Pokud změníme zadání (hodnoty posuvníků) tak, že graf osu x protíná mimo určený interval nebo na intervalu funkce není spojitá, bude hodnota bodu *A* „*nedefinovaný*".

Výsledný model najdete v souboru fce_lom.ggb.