

Jak řešit rovnice a jejich soustavy a jak upravovat výrazy – současná verze GeoGebry a připravované verze

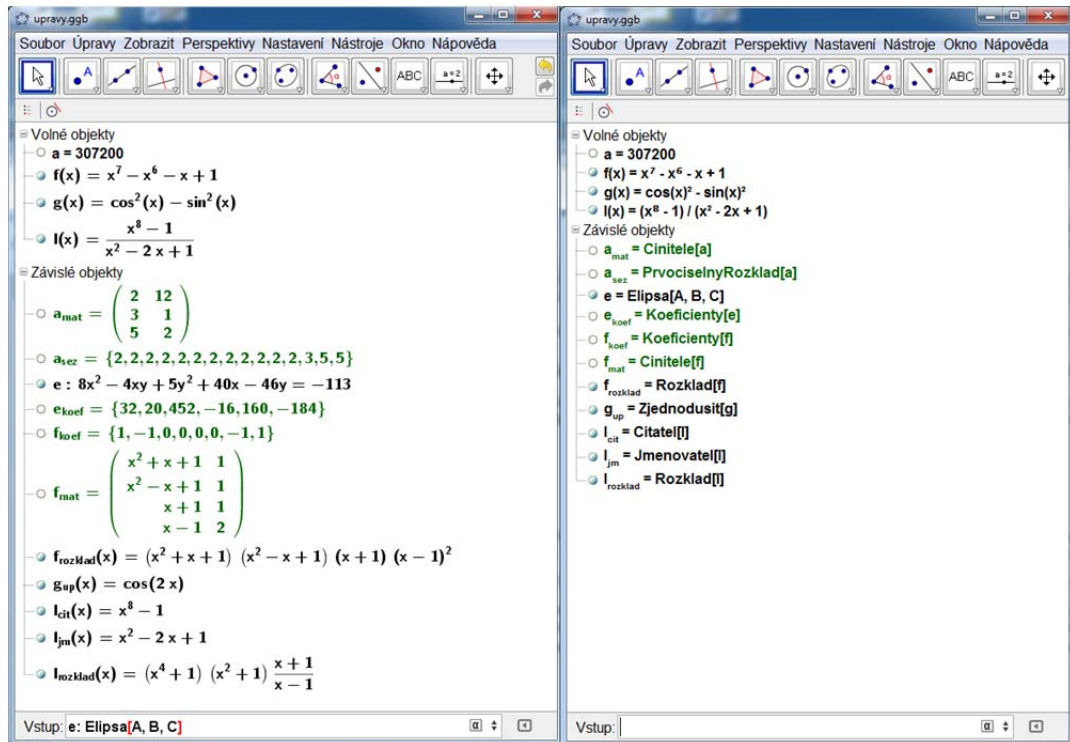
Ukázka 13 – Výpočty – soustavy rovnic a úpravy výrazů

Model první – Úpravy výrazů:

Přestože ještě není dostupná stabilní verze GeoGebry, která bude obsahovat okno poskytující tzv. CAS (Computer Algebra System) úpravy, některé funkce a příkazy tohoto typu jsou k dispozici i ve verzi stávající (to je další z informací, která brzy ztratí platnost). V tomto příkladu si nejpoužívanější příkazy ukážeme. Budeme jednat s rozkládat v součin číslo, jednat s upravovat polynom, zlomek a goniometrický výraz. Zobrazíme také koeficienty obecné rovnice kuželosečky. V textu této kapitoly jsme všechny dosud dostupné příkazy vyznačili **tučným** písmem.

(Poznámka: text byl dodatečně doplněn a modely aktualizovány pro verzi 5 s CAS.)

1. Zobrazíme okno *Algebra*, ale skryjeme *Nákresnu*. Nebudeme ji potřebovat.
2. Do vstupního pole zadáme z klávesnice:
 - číslo $a = 307200$
 - předpis polynomicke funkce $f(x) = x^7 - x^6 - x + 1$
 - předpis goniometrické funkce $g(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)$
 - předpis lomené funkce $l(x) = \frac{x^8 - 1}{x^2 - 2x + 1}$.
3. Sestrojíme pomocnou elipsu e :
 - Buď dočasně zobrazíme *Nákresnu* a v ní pomocí nástroje elipsa „naklikáme“ určující body a sestrojíme elipsu v obecné poloze a určující body následně v okně *Vlastnosti* označíme jako pomocné, nebo
 - Vložíme elipsu příkazem e : *Elipsa*[A, B, C], případně přímo bez předchozího zadání bodů e : *Elipsa*[(-2,3), (-1,5), (-2,5)], nebo
 - ji přímo zadáme předpisem do vstupního pole jako kvadriku – rovnice výše definované elipsy je $e: 8x^2 - 4x y + 5y^2 + 40x - 46y = 113$.
 - Pokud jsme sestrojili body A, B, C , a v okně *Algebra* se (pomocné objekty) zobrazují, potlačíme jejich zobrazení (aby nerušily přehled příkazů) v okně *Algebra*.
4. Pomocí příkazů GeoGebry upravíme výrazy popisující zadané objekty. Výsledky nejlépe vidíme v obrázku 13.1 a v modelu [upravy.ggb](#), kde vlevo vidíme příslušné příkazy a vpravo jejich výsledky (po zobrazení okna *Algebra* v režimu *Příkazy*). V následující pasáži jejich názvy zvýrazníme. Již jsme uvedli, že názvy píšeme bez diakritiky. V české (i jiných) jazykové verzi můžeme psát i originální, tj. anglickou variantu příkazů (máme-li k tomu důvod), v tom případě ale nevyužijeme doplňování syntaxe.
 - Příkaz **PrvociselnyRozklad**[a] vytvoří objekt typu *seznam* – v něm jsou všichni prvočíselné tolikrát, kolikrát jsou v prvočíselném rozkladu čísla.
 - Příkaz **Cinitele**[$]$ lze uplatnit na číslo i mnohočlen a vrací objekt typu *matice* – v něm jsou uvedeni činitelé spolu se svou násobností.
 - Příkaz **Rozklad**[$]$ lze uplatnit nejen na mnohočlen, ale i na zlomek a vrací výraz v součinném tvaru.
 - Pro zlomky využijeme i příkazy **Citel**[$]$ a **Jmenovatel**[$]$ (zatím takto...).
 - Výrazy (případně texty, které jsou jejich přepisem) můžeme zkusit také **Zjednodusit**[$]$ – viz úprava goniometrického výrazu. Právě u goniometrických výrazů ale nečekejme nemožné, podívejte se na výsledky úprav také do modelu [upravy2.ggb](#).
 - U polynomů (i ve více proměnných) můžeme zobrazit **Koeficienty**[$]$.



Obr. 13.1

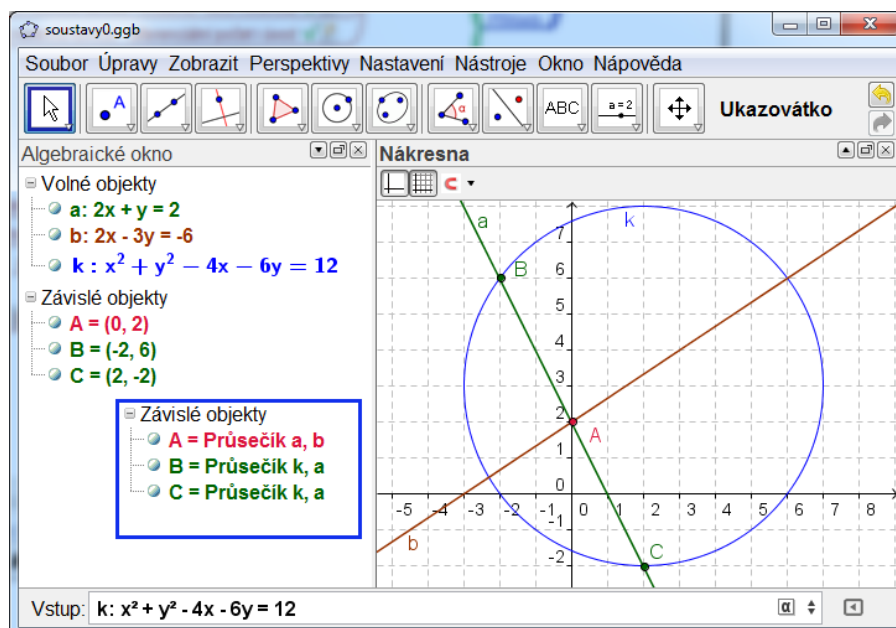
Budoucí verze

Na webu GeoGebry jsou ke stažení nejen poslední stabilní verze programu, ale i verze, které jsou teprve připravovány. Díky tomu si můžeme vyzkoušet nové prostředí a odhadnout, co přinese GeoGebra v dohledné době nového. Je velmi pravděpodobné, že následující řádky, které píšeme jako poznámku k budoucím verzím, již budou poznámkou k verzi již stabilní. Zmíníme se o připravovaném okně CAS, které zpřístupní symbolické výpočty a další nástroje obvyklé v CAS systémech.

Připravuje se také verze schopná zobrazit trojrozměrné objekty.

Model druhý: Řešení soustav rovnic nyní – GeoGebra 4

Soustavy rovnic (lineárních, kvadratických – obecně polynomických) můžeme nyní řešit jako úlohu najít průsečíky dvou objektů. Model [soustavy0.ggb](#) a obrázek 13.2 ukazují řešení.



Obr. 13.2

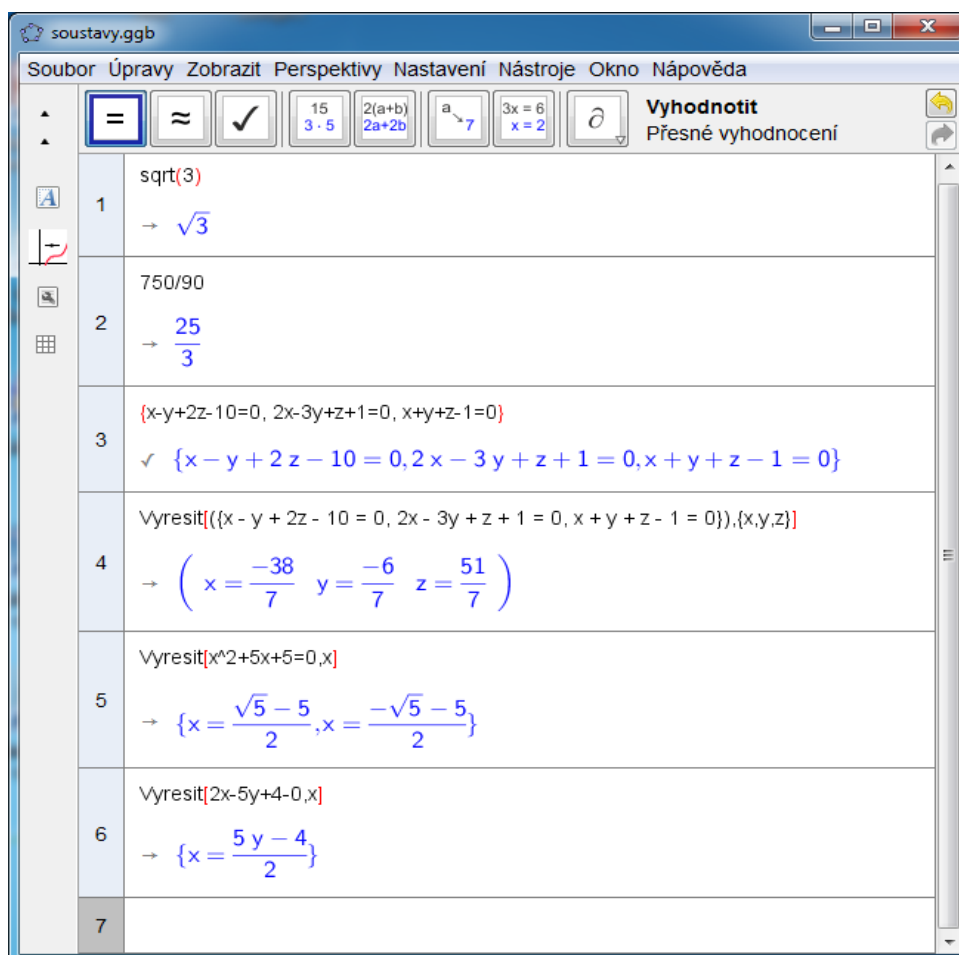
1. Pokud do vstupního pole zadáme předpis polynomu ve tvaru $k: x^2 + y^2 - 4x - 6y = 12$, je zadávaný objekt považován za polynomičskou křivku v proměnných x, y . Vzniká tedy přímka, kuželosečka, ... a nikoliv předpis funkce.
2. Pro polynomičské křivky sestrojíme příkazem **Prusecik**[] všechny průsečíky. Jejich souřadnice jsou uspořádanými dvojicemi – řešeními soustavy rovnic.
 - Pro přímky (soustavu lineárních rovnic) dává příkaz **Prusecik**[a, b] jediný bod A , soustava má jediné řešení.
 - Pro kružnici a přímku dává příkaz **Prusecik**[k, a] dvojici bodů B, C , soustava má při tomto zadání dvě různá řešení. (Obecně má 0–2 řešení.)
 - Pro polynomy vyšších stupňů dostáváme odpovídající počty řešení, vždy je však musíme „přečíst“ za souřadnic průsečíků.
3. Zobrazíme-li Nákresnu, vidíme řešení i graficky.

Řešení soustav rovnic v CAS okně – GeoGebra 4.2

Okno *CAS* je určeno pro symbolické výpočty. V něm tedy vidíme přesná řešení a výpočty, iracionální čísla se zobrazují přesně (tedy jako symboly), je však možné vyčíslit i numericky. V okně můžeme upravovat výrazy, provádět substituce, řešit soustavy a jejich rovnice a mnohé další.

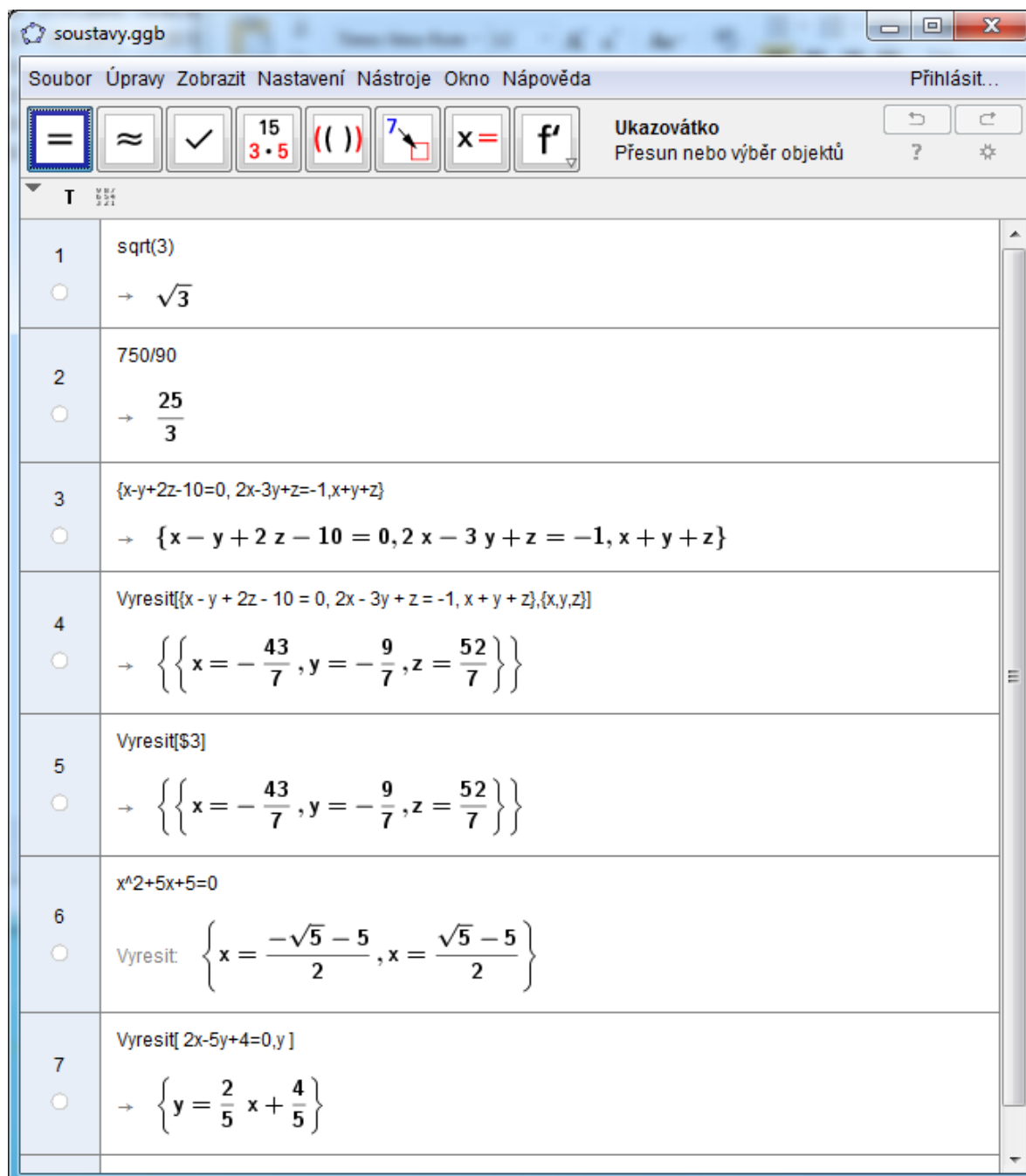
Podstatné je, že v něm můžeme symbolicky upravovat výrazy s různě pojmenovanými proměnnými (tedy nejen x, y).

Model [soustavy.ggb](#) (který byl ale vytvořen původně v dostupné zkušební verzi a tak je se v dalších verzích neotevíral korektně – zkušební verze sloužila opravdu ke *zkoušení* možnosti programu) a obrázek 72 ukazují některé připravované nástroje, konkrétně prostředí *CAS* okna. Na obrázku vidíme také pozměněné prostředí programu a ikony pro zobrazení/skrytí oken a částí programu. Dodatečně byl model znovu vytvořen ve verzi GeoGebra 5.



Obr. 13.3

Postupně přibývající možnosti „ostré verze“ tohoto okna ve verzi GeoGebra 5 pro zápis výrazů a příkazů ukazuje obrázek 13.4.



Obr. 13.4