

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

SEŘÍZNUTÁ KRYCHLE I

Popis aktivity

Nácvik a rozvíjení prostorové představivosti, výpočet povrchu a objemu tělesa po provedení řezu krychle.

Předpokládané znalosti

Obvod a obsah rovinných útvarů, povrchy a objemy těles

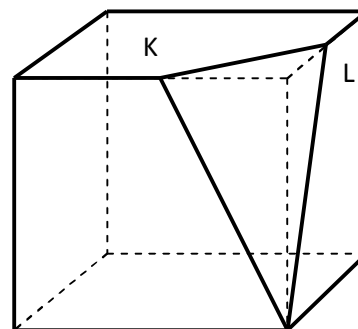
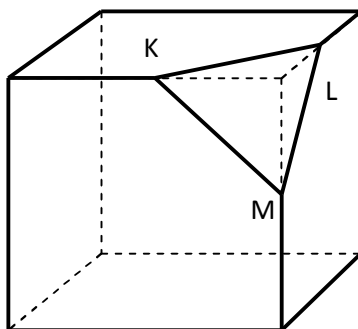
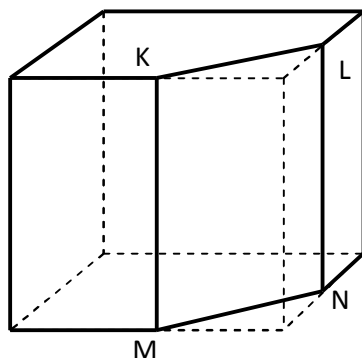
Potřebné pomůcky

Pracovní list pro žáka, kalkulaátor

Zadání

Z krychle o hraně $a = 20$ cm odřízneme části podle obrázku. Body K, L, M, N leží ve středech hran.

1. U každého tělesa určete, jaké těleso bylo z původní krychle odděleno a z jakých ploch se skládá jeho povrch.
2. Určete objemy a povrchy získaných těles.



Možný postup řešení, metodické poznámky

Úlohu je vhodné rozdělit do více hodin, případně vytvořit ve třídě 3 (nebo více) skupin, každá se může zabývat jen jedním tělesem.

První těleso:

Z krychle je odříznut trojboký hranol o výšce a , jehož podstavou je pravoúhlý rovnoramenný

trojúhelník o odvěsnách délky $\frac{a}{2}$ a přeponě $c = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a$

$$\text{Objem } V = a^3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a = a^3 - \frac{1}{8} \cdot a^3 = \frac{7}{8} \cdot a^3 = 7\,000 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Povrch

$$\begin{aligned} S &= 2 \cdot a^2 + 4 \cdot \frac{a}{2} \cdot a + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(a + \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{a}{2} + c \cdot a = 4 \cdot a^2 + \frac{3}{4} \cdot a^2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \\ &= \left(4 + \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot a^2 = 2\,182,8 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Druhé těleso:

Z krychle je odříznut trojboký kosý jehlan o výšce $\frac{a}{2}$, jehož podstavou je pravoúhlý

rovnoramenný trojúhelník o odvěsnách délky $\frac{a}{2}$ a přeponě $c = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a$

$$\text{Objem } V = a^3 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = a^3 - \frac{1}{48} \cdot a^3 = \frac{47}{48} \cdot a^3 = 7\,833,3 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Povrch

$$\begin{aligned} S &= 3 \cdot a^2 + 3 \cdot \frac{a}{2} \cdot a + 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(a + \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{a}{2} + \frac{1}{2} \cdot c^2 \cdot \sin 60^\circ = 4,5 \cdot a^2 + \frac{9}{8} \cdot a^2 + \frac{1}{4} a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \\ &= \left(4,5 + \frac{9}{8} + \frac{\sqrt{3}}{8}\right) \cdot a^2 = 2\,336,6 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

Třetí těleso:

Z krychle je odříznut trojboký kosý jehlan o výšce a , jehož podstavou je pravoúhlý

rovnoramenný trojúhelník o odvěsnách délky $\frac{a}{2}$ a přeponě $c = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot a$

$$\text{Objem } V = a^3 - \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a = a^3 - \frac{1}{24} \cdot a^3 = \frac{23}{24} \cdot a^3 = 7\,666,7 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Povrch

$$\begin{aligned} S &= 3 \cdot a^2 + a \cdot \frac{a}{2} + \frac{1}{2} \cdot \left(a + \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{a}{2} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(a + \frac{a}{2}\right) \cdot a + S_{\Delta} = 3,5 \cdot a^2 + \frac{3}{8} \cdot a^2 + \frac{3}{2} \cdot a^2 + S_{\Delta} = \\ &= \left(5 + \frac{3}{8}\right) \cdot a^2 + S_{\Delta} = 2\,300 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

Kde S_{Δ} je obsah rovnoramenného trojúhelníka se základnou c a rameny

$$b = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot a. \text{ Jeho obsah lze vypočítat pomocí Heronova vzorce:}$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{s \cdot (s-b) \cdot (s-b) \cdot (s-c)} = \sqrt{29,43 \cdot 7,07 \cdot 7,07 \cdot 15,29} = 150 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$s = \frac{b+b+c}{2} = \frac{22,36+22,36+14,14}{2} = 29,43 \text{ (cm)}$$

Doplňkové aktivity

Na základě obrázků žáci vytvoří z tuhého papíru sítě těles a sestaví model.

Obrazový materiál | Archiv autora