

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KLEMPÍŘŮV PROBLÉM

Popis aktivity

Výpočty délek úseček v prostoru.

Předpokládané znalosti

Trojúhelník, goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku

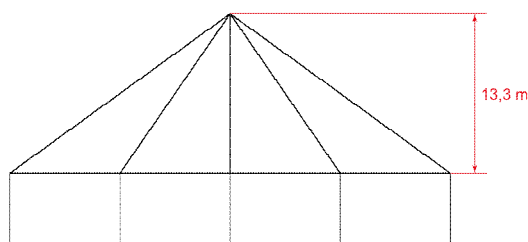
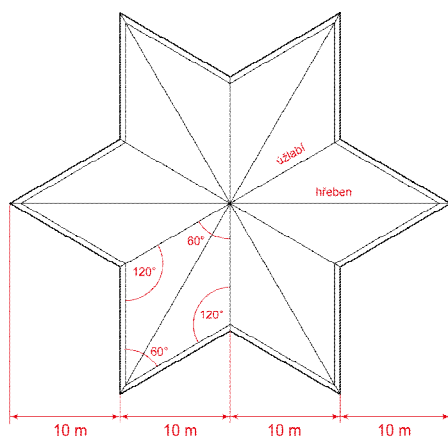
Potřebné pomůcky

Kalkulátor

Zadání



Na obrázku jsou přibližně nakresleny rozměry letohrádku Hvězda na Bílé hoře. Určete s 10% rezervou, kolik m plechu na zhotovení nového plechování úžlabí, hřebenů a krajů střechy je třeba zakoupit (počítejte pouze s délkou úžlabí, hřebenů a délkou okraje střechy, předpokládejme, že bude použit pás plechu vhodné šířky).

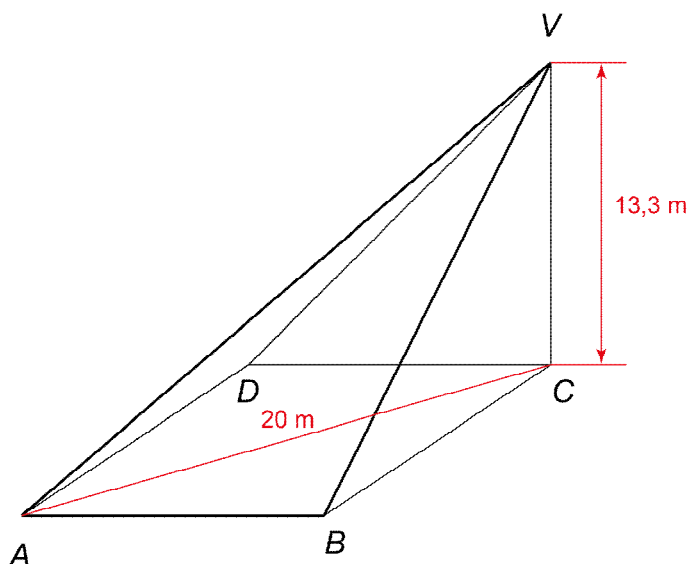


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Možný postup řešení, metodické poznámky

1. Výpočet povrchu střechy

Střecha sestává z 6 shodných jehlanů, celkem tedy její povrch tvoří 12 shodných trojúhelníků.



Obvod střechy tvoří 12 úseček stejné délky jako $|AB|$, součet délek hřebenů tvoří šestinásobek $|AV|$ a součet délek úžlabí tvoří šestinásobek $|BV|$.

Určíme tedy délky stran trojúhelníku ABV .

$ABCD$ je kosočtverec s delší úhlopříčkou délky 20 m a s vnitřním úhlem DAB velikosti 60° . Polovina délky úhlopříčky AC je výškou v rovnostranném trojúhelníku ABD . Proto platí:

$$\frac{|AB| \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{20}{2},$$

odtud

$$|AB| = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \doteq 11,5$$

Trojúhelník ACV je pravouhlý s pravým úhlem při vrcholu C , použijeme Pythagorovu větu:

$$|AV|^2 = |AC|^2 + |CV|^2,$$

tedy:

$$|AV|^2 = 20^2 + 13,3^2 \doteq 400 + 177 = 577$$

$$|AV| = \sqrt{577} \doteq 24$$

Trojúhelník BCV je také pravouhlý s pravým úhlem při vrcholu C . Dále platí, že $|AB| = |BC|$, proto:

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$|BV|^2 = |BC|^2 + |CV|^2$$

$$|BV|^2 = 11,5^2 + 13,3^2 \doteq 132 + 177 = 309$$

$$|BV| = \sqrt{309} \doteq 17,6$$

Známe délky všech stran trojúhelníku ABV . Celková délka plechování bude:

$$l = 12 \cdot |AB| + 6 \cdot |AV| + 6 \cdot |BV|$$

$$l = 12 \cdot 11,5 + 6 \cdot 24 + 6 \cdot 17,6$$

$$l = 138 + 144 + 105,6 = 387,6$$

Započteme-li 10% rezervu, vidíme, že celková délka plechování bude činit 426 m.

Doporučujeme žákům vytisknout rozměry letohrádku na pracovním listě (příložený soubor), nebo promítnout dataprojektorem.

Jehlan $ABCDV$ je vhodné nakreslit na tabuli nebo promítnout dataprojektorem.

Předložený úkol je čistě početní, jde ovšem o bezprostřední sepětí stereometrické problematiky s praktickým problémem. Při plánování rekonstrukce takové střechy je potřeba podobné výpočty provést.

Doplňkové aktivity

Na aktivitu bezprostředně navazuje aktivita Pokrývačův problém, která řeší výpočet potřebného množství krytiny střechy letohrádku Hvězda.

Je možno navázat i výpočty oplechování jiných střech, u venkovských usedlostí může jít o ještě složitější výpočty.

Další aktivity mohou být konstrukce sítě tělesa (jehlanu s podstavou šesticípé hvězdy), konstrukce sítí dalších těles – střech s valbami, vikýři či složitějšími spoji.

Obrazový materiál

foto: [online];

http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Praha,_Liboc,_Obora_Hvězda,_letohrádek_Hvězda.JPG; 9. 6. 2012

Ostatní obrázky jsou dílem autora.