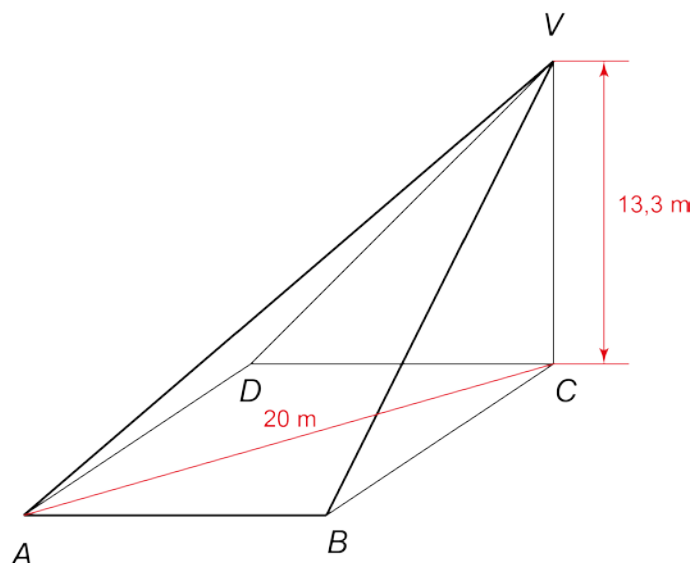


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

POKRÝVAČŮV PROBLÉM - ŘEŠENÍ

Střecha je složena ze šesti shodných jehlanů, celkem tedy její povrch tvoří 12 shodných trojúhelníků. Vypočti obsah jednoho z nich. Jde o jehlan $ABCDV$ na obrázku. Vypočti obsah trojúhelníku ABV .



Určii délky stran trojúhelníku ABV , potom použij kosinovou větu, popř. Heronův vzorec. Podle zadání počítej s 10% rezervou, proto budeme průběžně zaokrouhlovat.

$ABCD$ je kosočtverec s delší úhlopříčkou délky 20 m a s vnitřním úhlem DAB velikosti 60° . Polovina délky úhlopříčky AC je tedy výškou v rovnostranném trojúhelníku ABD . Proto platí:

$$\frac{|AB| \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{20}{2},$$

odtud

$$|AB| = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \doteq 11,5$$

Trojúhelník ACV je pravouhlý s pravým úhlem při vrcholu C , použij Pythagorovu větu:

$$|AV|^2 = |AC|^2 + |CV|^2,$$

tedy:

$$|AV|^2 = 20^2 + 13,3^2 \doteq 400 + 177 \doteq 577$$

$$|AV| = \sqrt{577} \doteq 24$$

Trojúhelník BCV je také pravouhlý s pravým úhlem při vrcholu C . Dále platí, že $|AB| = |BC|$, proto:

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$|BV|^2 = |BC|^2 + |CV|^2$$

$$|BV|^2 = 11,5^2 + 13,3^2 \doteq 132 + 177 = 309$$

$$|BV| = \sqrt{309} \doteq 17,6$$

V trojúhelníku ABV známe délky všech jeho stran. Obsah vypočti pomocí vzorce

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin \alpha, \text{ velikost úhlu urči užitím kosinové věty.}$$

Vypočti velikost úhlu VAB :

$$|VB|^2 = |VA|^2 + |AB|^2 - 2 \cdot |VA| \cdot |AB| \cdot \cos \alpha$$

Ačkoli si přibližně odmocnil, dosazuj druhé mocniny, které znáš přesně:

$$309 = 577 + \frac{400}{3} - 2 \cdot 24 \cdot 11,5 \cdot \cos \alpha \quad | \cdot 3$$

$$927 = 1731 + 400 - 6 \cdot 24 \cdot 11,5 \cdot \cos \alpha$$

$$927 = 2131 - 1656 \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{2131 - 927}{1656} \doteq 0,73$$

Velikost úhlu α nemusíš určovat, ale platí, že $\alpha \doteq 43^\circ$.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + 0,73^2 = 1$$

$$\sin^2 \alpha \doteq 0,47$$

$$\sin \alpha \doteq 0,69$$

Vypočti obsah trojúhelníku pomocí uvedeného vzorce:

$$S = \frac{1}{2} \cdot |VA| \cdot |AB| \cdot \sin \alpha$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 11,5 \cdot 0,69$$

$$S = 95,22$$

Obsah celé střechy se tedy rovná $12 \cdot 95,22 = 1142,64 \doteq 1143$, $S = 1143 \text{ m}^2$.

Odpověď: Na výměnu střechy letohrádku Hvězda bude třeba 1257 m^2 střešní krytiny.

Obrazový materiál Obrázky jsou dílem autora.