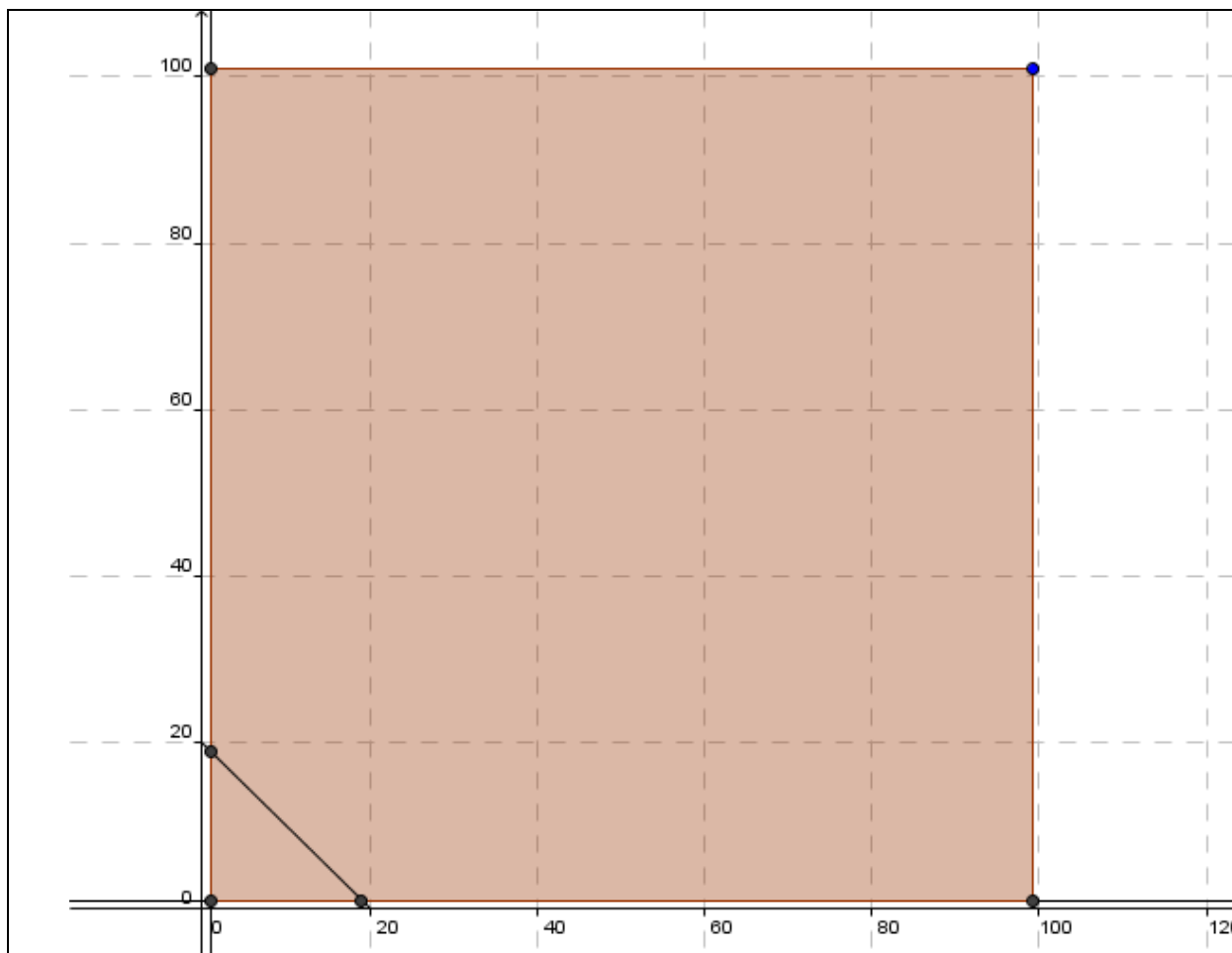


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

PRAVDĚPODOBNOST SOUČTU

Popis aktivity
Určení pravděpodobnosti součtu dvou náhodně zvolených čísel.
Předpokládané znalosti
Definice pravděpodobnosti, součet prvních n členů aritmetické posloupnosti, geometrická definice pravděpodobnosti
Zadání
<p>1. úkol Náhodně zvolíme dvě přirozená čísla od 1 do 100 (včetně). S jakou pravděpodobností bude jejich součet větší než 20?</p> <p>2. úkol Náhodně zvolíme dvě reálná čísla z intervalu $(1, 100)$. S jakou pravděpodobností bude jejich součet větší než 20?</p>
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>Obě úlohy souvisejí a je vhodné je zařadit v uvedeném pořadí. Na první úloze je vhodné ukázat geometrický model, který pak žáci ve druhé úloze využijí.</p> <p>1. úkol Při volbě dvou čísel máme celkem $100 \cdot 100$ možností. Stanovíme pravděpodobnost opačného jevu, tj. že součet čísel je menší nebo roven 20. Pokud je první číslo 1, je možné k němu zvolit 19 čísel tak, aby součet byl maximálně 20 Pokud je první číslo 2, existuje 18 druhých čísel atd. Počet příznivých výsledků je tedy $19+18+17+\dots+1 = 190$</p> <p>Pravděpodobnost opačného jevu je $\frac{190}{100 \cdot 100} = 0,019$. Výsledná pravděpodobnost je $1 - 0,019 = 0,981$</p> <p>Úlohu lze modelovat geometricky. Označme první číslo x, druhé y. Volba dvou čísel představuje souřadnice bodu v rovině.</p>

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Množina všech výsledků je představována body ve čtverci (včetně hranice). Množina příznivých výsledků je zobrazena jako body ve čtverci kromě bodů v levém spodním rohu. Pracujeme pouze s body, které mají celočíselné souřadnice. Pravděpodobnost je dána podílem počtu bodů.

2. úkol

Pracujeme s týmž geometrickým modelem. Množinu všech výsledků úlohy představuje celý čtverec, množinu příznivých výsledků čtverec bez levého dolního rohu. Pravděpodobnost je dána podílem ploch obou útvarů

Plocha čtverce je $99 \cdot 99$. Plocha uříznutého rohu (představuje opačný jev) je $\frac{1}{2} \cdot 19 \cdot 19$

Pravděpodobnost je $\frac{99^2 - \frac{1}{2}19^2}{99^2}$. Výsledek je asi 98%.

Výsledky obou úloh jsou si blízké.

V této variantě nezáleží na tom, zda čísla volíme z uzavřeného nebo otevřeného intervalu (1, 100).

Doplňkové aktivity

Je možné měnit hranici součtu např. na 30, 40 atd.

Jsou možné další varianty úlohy, např. s jakou pravděpodobností je součet druhých mocnin náhodně zvolených čísel enší než 50 atd. (využití analytické geometrie).