

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ROZŘÍZNI HRACÍ KOSTKU (PODRUHÉ)

Popis aktivity

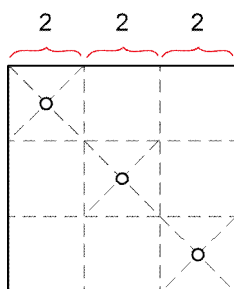
Sestrojení jednoduchého řezu krychle, která je popsána jako hrací kostka.

Předpokládané znalosti

Vlastnosti krychle, věta o společných bodech tří rovin v prostoru, hranol

Zadání

Mějme danu krychli $ABCDEFGH$ s hranou délky 6 cm. Její stěny jsou popsány jako hrací kostka – na stěnách jsou nakresleny malé kroužky, jejichž středy leží ve středech čtverců se stranou 2 cm.



Součet počtů ok na protějších stěnách je, jak je obvyklé, roven 7.

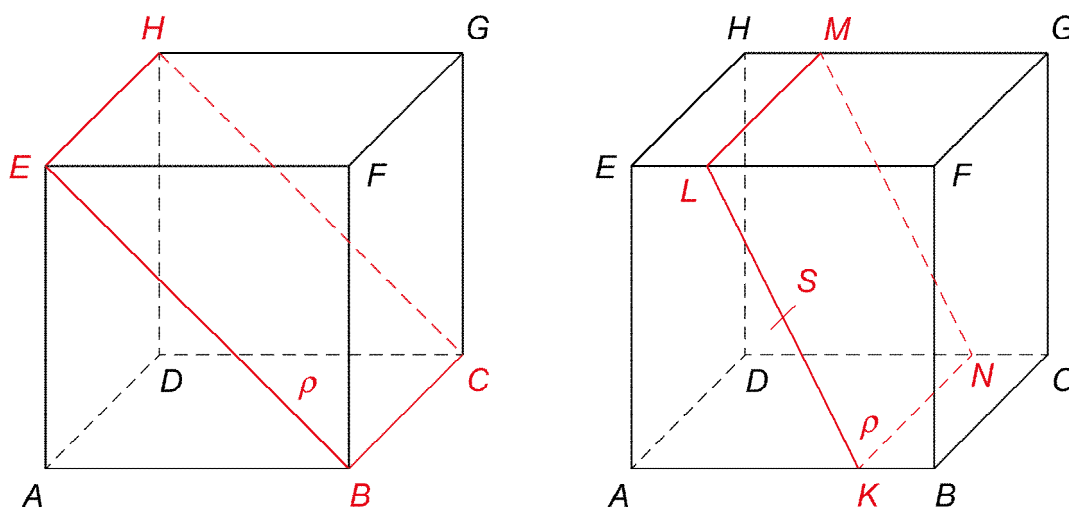
Nalezněte rovinu ρ , která rozdělí krychli na dva shodné hranoly tak, aby platilo:

- celkový počet ok, které zůstanou zakresleny na vzniklých hranolech, bude největší možný
- celkový počet ok, které zůstanou zakresleny na vzniklých hranolech, bude nejmenší možný.

Bude-li rovina ρ procházet některým z vyznačených bodů (kroužků), nezapočítáme jej ani do jednoho z hranolů, které řezem získáme.

Možný postup řešení, metodické poznámky

Rovina ρ rozdělí krychli na dva trojboké nebo čtyřboké hranoly. Příklady roviny ρ jsou na následujících obrázcích:



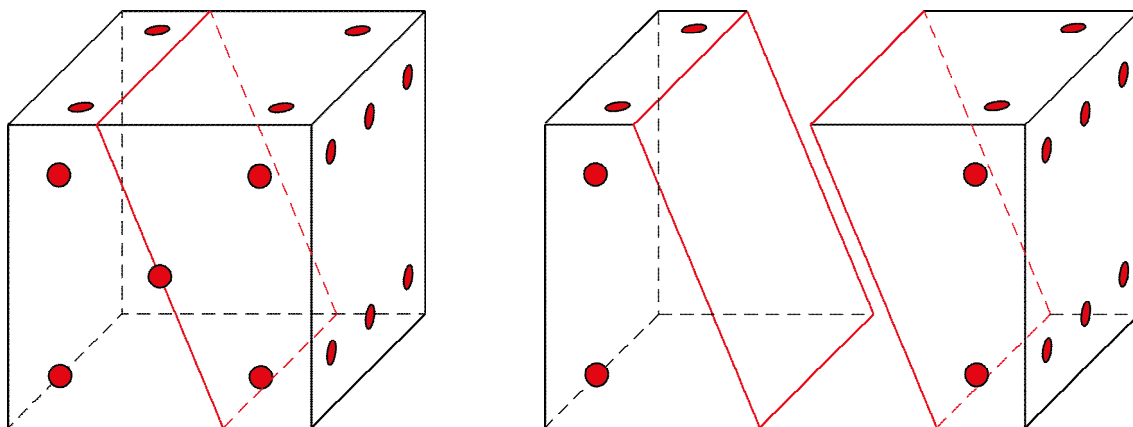
Počet všech ok na krychli, která není rozříznuta, je 21. Celkový počet všech ok zakreslených na vzniklých hranolech pak bude nižší o ta oka, kterými bude procházet řez rovinou ρ .

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

1. Má-li být počet těchto ok co nejvyšší, musí rovina ρ procházet co nejmenším možným počtem ok na stěnách krychle.

Úsečka KL , popř. MN na obrázku vždy prochází středem stěny. Protože jsou počty ok na protějších stěnách 1 a 6, 2 a 5, resp. 3 a 4, vždy bude rovina ρ procházet jedním tímto okem umístěným ve středu stěny.

Poté je možné rovinu umístit tak, aby žádným dalším okem neprocházela. Největší možný celkový počet ok, které zůstanou na hranolech po rozříznutí, je tedy 20. Jedna z možností je na následující obrázku. Oka na neviditelných stěnách nejsou zakreslena.



2. Má-li být počet těchto ok co nejnižší, musí rovina ρ procházet co nejvyšším možným počtem ok na stěnách krychle.

Bude-li krychle rozdělena na trojboké hranoly, bude ve dvou stěnách řezem úhlopříčka stěny krychle. Nejvíce ok protne v případě, že půjde o stěny s 2 a 5 oky – ve stěně s 5 oky protne 3 z nich, ve stěně se 2 oky protne obě dvě.

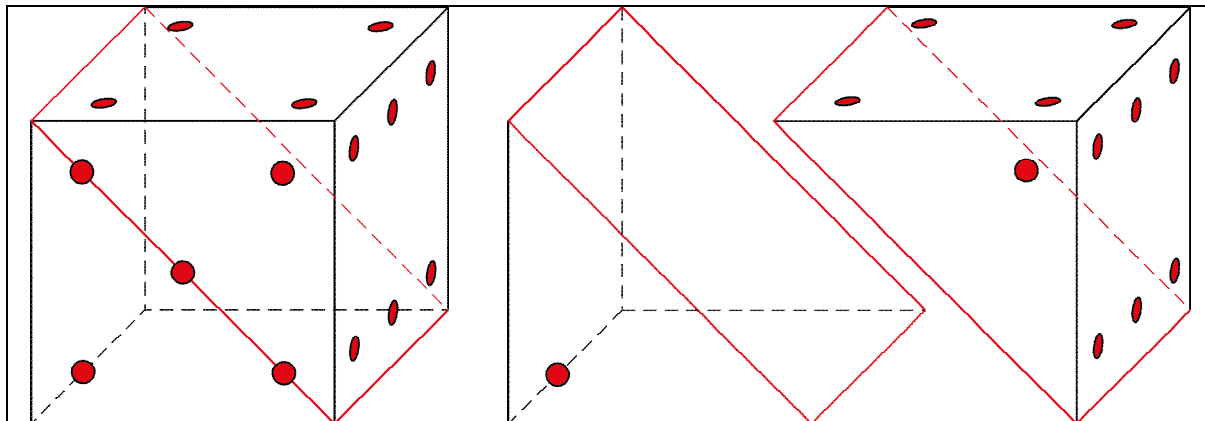
Bude-li krychle rozdělena na čtyřboké hranoly, bude ve dvou stěnách, kde je řezem úsečka procházející středem stěny, řez procházet celkem jedním okem – jak jsme odvodili v případě 1. Ve zbývajících stěnách bude situace taková:

- budou-li počty ok 1 a 6, může rovina procházet 3 oky ve stěně s 6 oky, ve stěně s 1 okem pak nebude procházet žádným okem.
- budou-li počty ok 2 a 5, může rovina procházet 2 oky ve stěně s 5 oky a 1 okem ve stěně se dvěma oky.
- budou-li počty ok 3 a 4, může rovina procházet 2 oky ve stěně se 4 oky a 1 okem ve stěně se 3 oky.

Nejvíce oky bude rovina procházet v případě, že krychli rozdělí na dva trojboké hranoly, jak jsme uvedli. Celkový počet ok na obou hranolech pak bude $21 - (3 + 2) = 16$.

Řešení je na obrázku. Oka na neviditelných stěnách nejsou zakreslena.

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Doporučujeme ilustrační obrázky promítat dataprojektorem.

Doplňkové aktivity

Jde o aktivitu, která navazuje na tři aktivity Rozřízni krychli a první aktivitu ze Rozřízni hrací kostku. Navazující třetí aktivita má nejvyšší obtížnost.

Obrazový materiál | Dílo autora