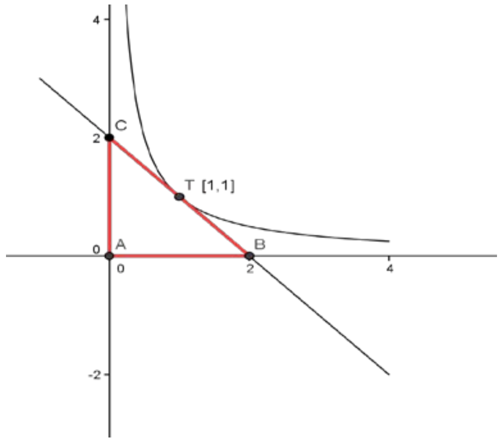
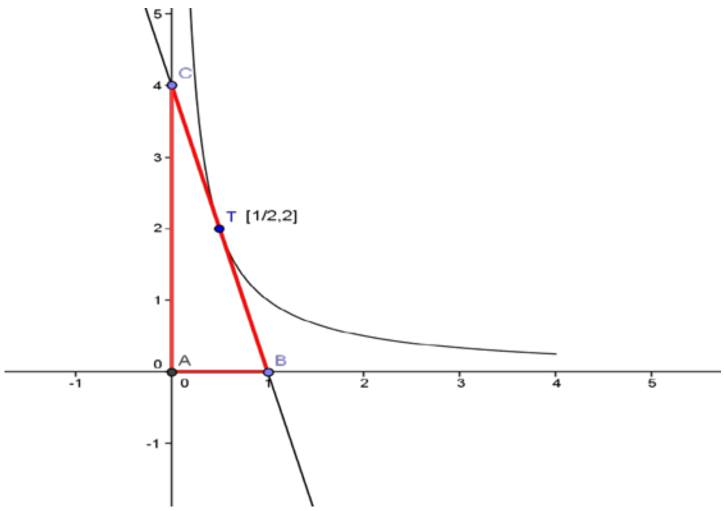
TROJÚHELNÍK POD HYPERBOLOU - ŘEŠENÍ

1) Tečna je přímka, kterou vyjádříme ve tvaru $y = ax + b.$ Protože prochází bodem $T[1,1]$, platí po dosazení za x a y v rovnici přímky $1 = a + b$, tj. $b = 1 - a.$ Grafem funkce f je hyperbola.



Bod T je společný bod přímky a hyperboly a proto musí platit $\frac{1}{x} = ax + b.$ Po úpravách dostáváme kvadratickou rovnici $ax^2 + bx - 1 = 0.$ Protože obě křivky mají společný právě jeden bod, musí být diskriminant roven nule. Tedy $D = b^2 + 4a = 0.$ Po dosazení $b = 1 - a$ dostáváme rovnic i $(1-a)^2 + 4a = 0.$ Odtud již plyne $a = -1, b = 2.$ Rovnice tečny je $y = -x + 2.$ Trojúhelník ABC je pravoúhlý a jeho vrcholy mají souřadnice $A[0,0], B[2,0], C[0,2].$ Dále je $|AB| = 2, |AC| = 2.$ Pro obsah trojúhelníka platí $S = \frac{1}{2}|AB| \cdot |AC| = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2\ j^2.$

2) Provedeme-li stejný výpočet pro bod $T\left[\frac{1}{2}, 2\right]$, bude mít rovnice tečny tvar $y = -4x + 4.$



Vrcholy trojúhelníku mají v tomto případě souřadnice $A[0,0], B[1,0], C[0,4].$ Pro obsah trojúhelníka platí $S = \frac{1}{2}|AB| \cdot |AC| = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 2\ j^2.$

Poznámka: Úlohu je možné řešit užitím metod diferenciálního počtu.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Miluše Hrubá
Financovaného z ESF a státního rozpočtu ČR.