


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ROZHLEDNA

Popis aktivity
Určení rovnice kružnice opsané trojúhelníku
Předpokládané znalosti
Kružnice opsaná trojúhelníku
Potřebné pomůcky
Kalkulátor, tabulky
Zadání
<p>Starostové obcí Červená, Kulová a Zelená se rozhodli společně vystavět rozhlednu v lese mezi obcemi tak, aby k ní měli jejich občané stejně daleko. Z mapy s měřítkem 1:50 000 si překreslili pozice svých obcí do kartézské soustavy souřadnic a hledali to správné místo.</p> <p>Pomozte jim ho najít, jestliže máte k dispozici jejich nákres, na kterém jsou obce zakresleny takto: $\check{C}[-5; 0]$, $K[2; -1]$, $Z[1; 2]$.</p> <p>Úkoly</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Určete vzdálenosti mezi obcemi. 2. Napište obecné tvary rovnic přímk mezi těmito vesničkami. 3. Určete polohu rozhledny a vzdálenost k ní ze všech tří obcí.

Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>1. Vzdálenosti na mapě: $\check{C}K = 5\sqrt{2} \doteq 7,07$, $\check{C}Z = 2\sqrt{10} \doteq 6,33$, $KZ = \sqrt{10} \doteq 3,16$.</p> <p>Skutečná vzdálenosti mezi obcemi Červenou a Kulovou je asi 3 535 m, mezi Červenou a Zelenou přibližně 3 162 m a obce Kulová a Zelená jsou od sebe vzdáleny asi 1 581 m.</p> <p>2. Označme vzdálenosti $\check{C}K = a$, $\check{C}Z = b$, $KZ = c$. Rovnice přímk spojujících obce jsou:</p> $\vec{a} : x + 7y + 5 = 0, \vec{b} : x - 3y + 5 = 0, \vec{c} : 3x - y - 1 = 0.$ <p>3. Úlohu lze řešit pomocí rovnice kružnice: obce leží na kružnici a rozhledna stojí ve středu kružnice. Po dosazení řešíme soustavu tří lineárních rovnic o třech neznámých, což jsou koeficienty u lineárních členů a absolutní člen v rovnici kružnice v obecném tvaru:</p> $x^2 + y^2 + Cx + Dy + E = 0 \quad ; \quad \check{C} \in k \Leftrightarrow (-5)^2 + 0^2 + C \cdot (-5) + D \cdot 0 + E = 0$ $K \in k \Leftrightarrow 2^2 + (-1)^2 + C \cdot 2 + D \cdot (-1) + E = 0$ $Z \in k \Leftrightarrow 1^2 + 2^2 + C \cdot 1 + D \cdot 2 + E = 0$ <p>$\check{C} = 3 \wedge D = 1 \wedge E = -10 \Rightarrow k : x^2 + y^2 + 3x + y - 10 = 0$</p> <p>Tuto obecnou rovnici upravíte na středový tvar a získáte požadované souřadnice středu kružnice (polohu rozhledny) i vzdálenost od rozhledny k vesnicím (poloměr kružnice):</p>

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{2}$$

Poloha rozhledny: $S[-3,5; -1,5]$.

Vzdálenost k rozhledně je asi 1 768 m.

Jiný způsob řešení vyplývá z konstrukce, tzn. najít středy alespoň dvou stran, napsat nejlépe obecné tvary rovnic os stran a řešením soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých jsou souřadnice středu kružnice (rozhledny). Hledanou vzdáleností je pak vzdálenost tohoto středu k libovolnému bodu trojúhelníka.

Doplňkové aktivity

1. Žáci mohou napsat parametrické a směrnicové tvary rovnic přímek mezi těmito vesničkami.
2. Úlohu mohou vyřešit i konstrukčně a přesvědčit se o správnosti výpočtu.

Literatura	Archiv autora
Obrazový materiál	images.google.com