

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### KDO VYTVOŘÍ VĚTŠÍ PLOCHU

<b>Popis aktivity</b>
Výpočet plochy pomocí určitého integrálu.
<b>Předpokládané znalosti</b>
Lineární a kvadratické funkce, analytická geometrie lineárních a kvadratických útvarů v rovině, výpočet určitého integrálu, užití určitého integrálu k výpočtu plochy ohraničené dvěma funkcemi.
<b>Zadání</b>
David a Karel se rozhodli, že si každý zvolí v rovině přímku a parabolu a zjistí, jak velká bude plocha, která je zvolenou přímkou a parabolou omezená. David si zvolil přímku $s$ , která má rovnici $x - y = 0$ a parabolu $p_1$ o rovnici $x^2 - 4x + y = 0$ . Karel si zase zvolil přímku $q$ o rovnici $2x - y = 0$ a parabolu $p_2$ o rovnici $x^2 + y - 6x = 0$ . Pomozte jim určit: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. velikost plochy, která je určena přímkou <math>s</math> a parabolou <math>p_1</math>,</li> <li>2. velikost plochy, která je určena přímkou <math>q</math> a parabolou <math>p_2</math>,</li> <li>3. která plocha je větší.</li> </ol> K výpočtu využijte integrální počet.
<b>Možný postup řešení, metodické poznámky</b>
<p>1. Určíme průsečíky přímky <math>s</math> a paraboly <math>p_1</math>, které představují funkce <math>f_1 : y = x</math> a <math>f_2 : y = -x^2 + 4x</math>. Řešením rovnice <math>x = -x^2 + 4x</math>, dostaneme kořeny <math>x_1 = 0</math>, <math>x_2 = 3</math>. Průsečíky přímky a paraboly jsou body <math>P_1 [0, 0]</math>, <math>P_2 [3, 3]</math>. Obsah plochy</p> $S_1 = \int_0^3 (-x^2 + 4x) dx - \int_0^3 x dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \left[ -\frac{x^3}{3} + 3\frac{x^2}{2} \right]_0^3 = -9 + \frac{27}{2} = 4,5.$ $S_1 = 4,5 j^2$ <p>2. Průsečíky přímky <math>q</math> a paraboly <math>p_2</math>, které představují funkce <math>g_1 : y = 2x</math> a <math>g_2 : y = -x^2 + 6x</math>, dostaneme řešením rovnice <math>2x = -x^2 + 6x</math>, jejíž kořeny jsou <math>x_3 = 0</math>, <math>x_4 = 4</math>. Průsečíky přímky a paraboly jsou body <math>Q_1 [0, 0]</math>, <math>Q_2 [4, 8]</math>. Obsah plochy</p> $S_2 = \int_0^4 (-x^2 + 6x) dx - \int_0^4 2x dx = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \left[ -\frac{x^3}{3} + 2x^2 \right]_0^4 = -\frac{64}{3} + 32 = 10\frac{2}{3}$ $S_2 = 10\frac{2}{3} j^2$ <p>Plocha, kterou vytvořil David je menší než plocha, kterou vytvořil Karel.</p>
<b>Doplňkové aktivity</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Na základě analytické geometrie kuželoseček určete vrcholy parabol a jejich průsečíky s osami soustavy souřadnic.</li> <li>2. Pomocí diferenciálního počtu určete intervaly, kde jsou obě kvadratické funkce rostoucí a klesající.</li> <li>3. Sestrojte grafy obou funkcí a odhadněte velikost obou ploch pomocí milimetrového papíru.</li> <li>4. K sestavení průsečíku obou funkcí a k sestavení jejich grafů použijte Excel.</li> </ol>