

KDY SE DOTKNOU? - ŘEŠENÍ

1. Aby měly příslušné křivky společný bod $T[x_0, y_0]$, musí platit: $kx_0^2 = \ln x_0$.

Aby měly společnou tečnu v bodě T , musí se rovnat směrnice této tečny, tedy se musí rovnat derivace příslušných funkcí v bodě x_0 .

$$(kx_0^2)' = (\ln x_0)'$$

$$2kx_0 = \frac{1}{x_0}$$

$$x_0^2 = \frac{1}{2k}$$

Dostáváme soustavu dvou rovnic o dvou neznámých

$$kx_0^2 = \ln x_0$$

$$x_0^2 = \frac{1}{2k}$$

a dosazením za x_0^2 do první rovnice pak rovnici

$$k \frac{1}{2k} = \ln x_0, \text{ ze které plyne, že } x_0 = e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e} \text{ a } k = \frac{1}{2e}. \text{ Jedná se tedy o funkci } y = \frac{1}{2e} x^2.$$

2. Druhou souřadnici y_0 společného bodu vypočítáme z funkčního předpisu kterékoliv dané

$$\text{funkce, tedy buď } y_0 = \frac{1}{2e} x_0^2 = \frac{1}{2e} e = \frac{1}{2} \text{ nebo } y_0 = \ln x_0 = \ln \sqrt{e} = \ln e^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}.$$

Pak $T\left[\sqrt{e}; \frac{1}{2}\right]$ a rovnice společné tečny t v bodě T po dosazení do rovnice $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$

$$\text{je } y - \frac{1}{2} = \frac{1}{\sqrt{e}}(x - \sqrt{e}) \text{ resp. ve směrnicovém tvaru } y = \frac{\sqrt{e}}{e}x - \frac{1}{2}.$$

3. Ke grafickému znázornění situace můžeme použít Geogebra.

