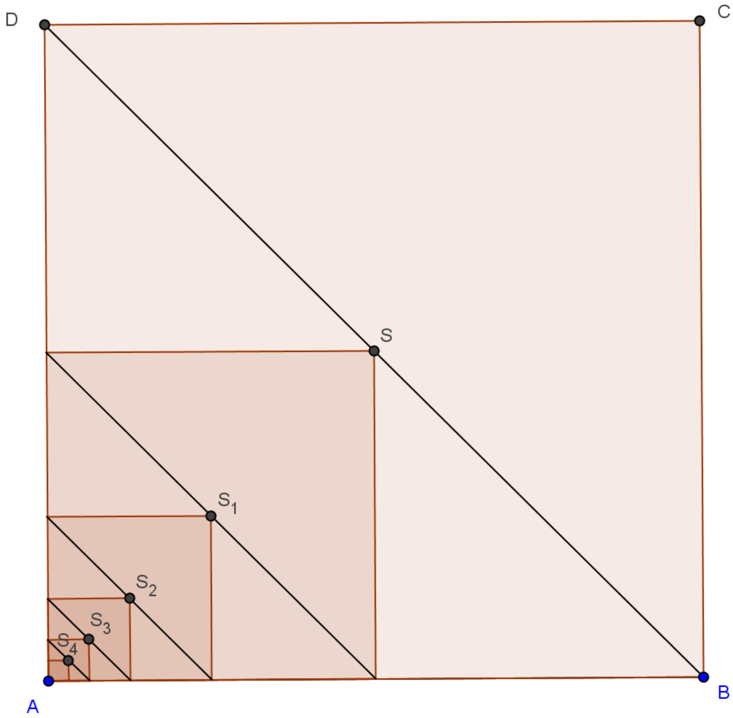
MNOHO ČTVERCŮ - ŘEŠENÍ



1. Délky stran dalších čtverců jsou poloviční, proto pro jejich obsahy platí:
   $S_1 = 64$, $S_2 = 16$, $S_3 = 4$, $S_4 = 1$, $S_5 = 0{,}25...$

2. Je-li délka strany *n*-tého čtverce x_n, potom obsah *n*-tého čtverce je jistě $S_n = x_n^2$.

   Zjistěme, zda je posloupnost $\{S_n\}_{n=1}^{\infty}$ geometrická, víme-li, že platí: $x_{n+1} = \frac{x_n}{2}$.

   Posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je geometrická $\Leftrightarrow$ $\forall n \in N ; \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = q$

   Pro posloupnost velikostí obsahů těchto čtverců je tedy:

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{x_{n+1}^2}{x_n^2} = \frac{\left(\frac{x_n}{2}\right)^2}{x_n^2} = \frac{1}{4}.$$

$$\frac{S_{n+2}}{S_{n+1}} = \frac{x_{n+2}^2}{x_{n+1}^2} = \frac{\left(\frac{x_n}{4}\right)^2}{\left(\frac{x_n}{2}\right)^2} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Odpověď: Posloupnost obsahů čtverců je geometrická, její kvocient je 0,25.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je J. Houser
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

3. Protože kvocient splňuje podmínku pro existenci součtu ($|q| < 1$), součet existuje:

$$s = \sum_{n=1}^{\infty} S_n = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots = \frac{S_1}{1-q}$$

$$s = \sum_{n=1}^{\infty} S_n = 64 + 16 + 4 + 1 + \ldots = \frac{64}{1-\frac{1}{4}} = \underline{\underline{\frac{256}{3}}}$$

Odpověď: Součet obsahů všech vytvářených čtverců je $\frac{256}{3}$.