


## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### HOTEL

|  |   |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
|--|---|------|--|-------------|--|------------|---|---------------|---|-----|---|-------------|--|------------|
| <b>Popis aktivity</b>  |   |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
| Řešení kombinatorické úlohy.   |   |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
| <b>Předpokládané znalosti</b>  |   |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
| Základní pravidla na množině přirozených čísel, početní operace s čísly v desítkové soustavě, variace (s opakováním), kombinatorické pravidlo součinu  |   |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
| <b>Zadání</b>  |   |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
| <p>V Chicagu postaví hotel, který má 1313 pater. Protože je architekt pověřivý, budou čísla pater, která obsahují třináctku (tj. trojku hned za jedničkou – např. 13, 136, 513, 1138 apod.), při jejich označení vynechávána. Po patře 129 tedy následuje hned patro 140.</p> <p>Jaké číslo bude mít za těchto podmínek nejvyšší patro?</p>  |   |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
|    |   |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
| <b>Možný postup řešení, metodické poznámky</b>   |   |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
| <p>Důležitá úvaha na začátek řešení: nejvyšší patra budou mít čtyřciferná čísla větší než 1400 a menší než 1500, protože minimálně 100 čísel (čísla 1300 až 1399) je třeba vynechat, protože obsahují 13.</p> <p><b>1. Řešení postupným výpočtem:</b><br/>Nejvýše trojmístných čísel je 999 .</p> <p>Z nich je nutné vynechat trojmístné typy A13 a 13B.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-left: 40px;">Typů A13 je 10 (pozici A lze obsadit 10 různými číslicemi, tj. 0 až 9):</td> <td style="text-align: right;">– 10</td> </tr> <tr> <td style="padding-left: 40px;">Typů 13B je 10 (pozici B lze nahradit 10 různými ciframi, tj. 0 až 9):</td> <td style="text-align: right;">– <u>10</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;"><b>979</b></td> </tr> </table> <p>Čtyřmístná očíslování mohou mít na pozici tisíců pouze číslici 1.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding-left: 40px;">1C00 až 1C99 (pozici C lze obsadit pouze jedinou z číslic 0, 1, 2 )</td> <td style="text-align: right;">3 · 100 = 300</td> </tr> <tr> <td style="padding-left: 80px;">Na posledních pozicích opět není dovolena 13:</td> <td style="text-align: right;">– 3</td> </tr> <tr> <td style="padding-left: 80px;">A navíc není použita celá řada typu 113D:</td> <td style="text-align: right;">– <u>10</u></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;"><b>287</b></td> </tr> </table> <p>Pro očíslování pater typu 14EF do zadaného počtu 1313 pater mrakodrapu zbývá už jen <b>47</b> pater</p> | Typů A13 je 10 (pozici A lze obsadit 10 různými číslicemi, tj. 0 až 9): | – 10 | Typů 13B je 10 (pozici B lze nahradit 10 různými ciframi, tj. 0 až 9): | – <u>10</u> |  | <b>979</b> | 1C00 až 1C99 (pozici C lze obsadit pouze jedinou z číslic 0, 1, 2 ) | 3 · 100 = 300 | Na posledních pozicích opět není dovolena 13: | – 3 | A navíc není použita celá řada typu 113D: | – <u>10</u> |  | <b>287</b> |
| Typů A13 je 10 (pozici A lze obsadit 10 různými číslicemi, tj. 0 až 9):  | – 10  |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
| Typů 13B je 10 (pozici B lze nahradit 10 různými ciframi, tj. 0 až 9):   | – <u>10</u>   |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
|  | <b>979</b>  |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
| 1C00 až 1C99 (pozici C lze obsadit pouze jedinou z číslic 0, 1, 2 )  | 3 · 100 = 300   |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
| Na posledních pozicích opět není dovolena 13:  | – 3   |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
| A navíc není použita celá řada typu 113D:  | – <u>10</u>   |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |
|  | <b>287</b>  |      |  |             |  |            |   |               |   |     |   |             |  |            |

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je J. Houser

Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$(1313 - (979 + 287) = 47)$ . Tedy na pozici EF je dvojčíslí 00 až 47 (neboť nelze použít označení EF13).

Odpověď: Poslední patro plánovaného mrakodrapu má číslo 1447.

### 2. Pomocí kombinatorického pravidla součinu

Očíslování pater je podle zadání maximálně čtyřmístné číslo a tedy tvaru TXYZ. Poslední patro má číslo větší než 1400 a menší než 1500.

$$T \in \{0;1\} \quad , \quad X \in \{0;1;2;3;4\} \quad , \quad Y \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\} \quad , \quad Z \in \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$$

Jednociferné očíslování patra 000Z:  $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 9 = 9$

Dvojciferné očíslování pater 00YZ:  $1 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 10 - 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 89$  (nelze uvést patro 0013).

Trojciferné očíslování pater 0XYZ:  $1 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 - 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 10 - 1 \cdot 9 \cdot 1 \cdot 1 = 881$  (nelze uvést 013Z a 0X13, kde na pozici X nesmí být nula).

Čtyřciferné očíslování pater TXYZ:  $1 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 10 - 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 10 - 1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 = 287$  (nelze uvést 113Z a 1X13).

Do počtu 1313 chybí **47** pater. Jde o patra typu 14YZ:  $1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 10 - 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 39$  (nelze uvést patro 1413) a patra typu 144Z:  $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 8 = 8$

Odpověď: Poslední patro plánovaného mrakodrapu má číslo 1447.

### Doplňkové aktivity

1. Podle schopností žáků snížit (zvýšit) počet pater za uvedených podmínek (o čísle 13).
2. Změnit podmínku úlohy (např. v čísle se nesmí vyskytovat jiná skupina čísel, číslice „0“ apod.)
3. Porovnávat výsledky úloh při „zákazu“ použití číslic 1, 2, atd. vůči sobě a vůči číslici „0“.
4. Žáci (skupiny) mohou sami vymýšlet obdobné podmínky úlohy.

### Literatura

Archiv autora

### Obrazový materiál

Klipart poskytl Microsoft