INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KTERÉ ČÍSLO JE VĚTŠÍ

Popis aktivity

Bez použití kalkulačky určit, které číslo je větší.

Předpokládané znalosti

Usměrňování zlomků, druhá mocnina dvojčlenu, nerovnice

Zadání

Jsou dána čísla $a=\dfrac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$, $b=\dfrac{7}{\sqrt{10}-\sqrt{3}}$. Bez použití kalkulačky rozhodni, které z čísel a,b je větší.

Možný postup řešení, metodické poznámky

Zlomky usměrníme:

$$a=\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\frac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{7-5}=\sqrt{7}+\sqrt{5}$$

$$b=\frac{7}{\sqrt{10}-\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{10}+\sqrt{3}}{\sqrt{10}+\sqrt{3}}=\frac{7(\sqrt{10}+\sqrt{3})}{\sqrt{10}+\sqrt{3}}=\sqrt{10}+\sqrt{3}$$

Budeme předpokládat, že $a<b$

$(\sqrt{7}+\sqrt{5})<(\sqrt{10}+\sqrt{3})$

Protože $a,b>0$ můžeme nerovnost umocnit a znaménko nerovnosti se nezmění

(pro každá dvě kladná reálná reálná čísla a,b platí: $a<b \Leftrightarrow a^2<b^2$).

$(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2<(\sqrt{10}+\sqrt{3})^2$

$7+2\sqrt{7}\sqrt{5}+5<10+2\sqrt{10}\sqrt{3}+3$

$2\sqrt{35}+12<2\sqrt{30}+13$

$2\sqrt{35}<2\sqrt{30}+1$

Opět umocníme:

$4\cdot 35<4\cdot 30+2\cdot 2\sqrt{30}+1$

$140<121+4\sqrt{30}$

$19<4\sqrt{30}$

Znovu umocníme:

$361<16\cdot 30$

$361<480$

Výsledná nerovnost je splněna vždy. Všechny předcházející provedené úpravy byly ekvivalentní.
Je tedy pravdivé i tvrzení, ze kterého jsme při ekvivalentních úpravách vyšli:

$(\sqrt{7}+\sqrt{5})<(\sqrt{10}+\sqrt{3})$.

Protože všechny úpravy byly ekvivalentní, platí i původní nerovnost $a^2<b^2$, tzn. $a<b$.

Doplňkové aktivity

Žákům je třeba vysvětlit, jaká situace nastane, když budou předpokládat že $a>b$.

Literatura	Archiv autora.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je S. Zychová
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.