evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Jednota českých matematiků a fyziků

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

MAXIMÁLNÍ OBSAH

Popis aktivity

Určení trojúhelníku s maximálním obsahem vepsaného do dané kružnice

Předpokládané znalosti

Rovnice kružnice, obsah trojúhelníku, derivace

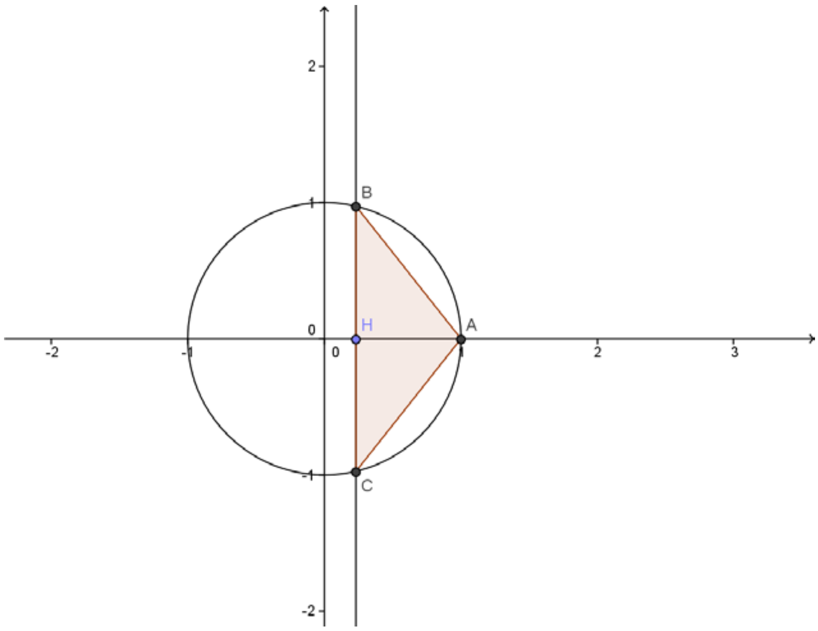
Potřebné pomůcky

geogebra

Zadání

Maximální obsah

Je dána kružnice *k*: $x^2 + y^2 = 1$ v souřadné soustavě. Po ose x se pohybuje bod *H*[*x*, 0]. Bodem *H* veďme kolmici k ose *x*, která protne kružnici k v bodech *B*, *C*. Bod *A* má souřadnice [1,0]



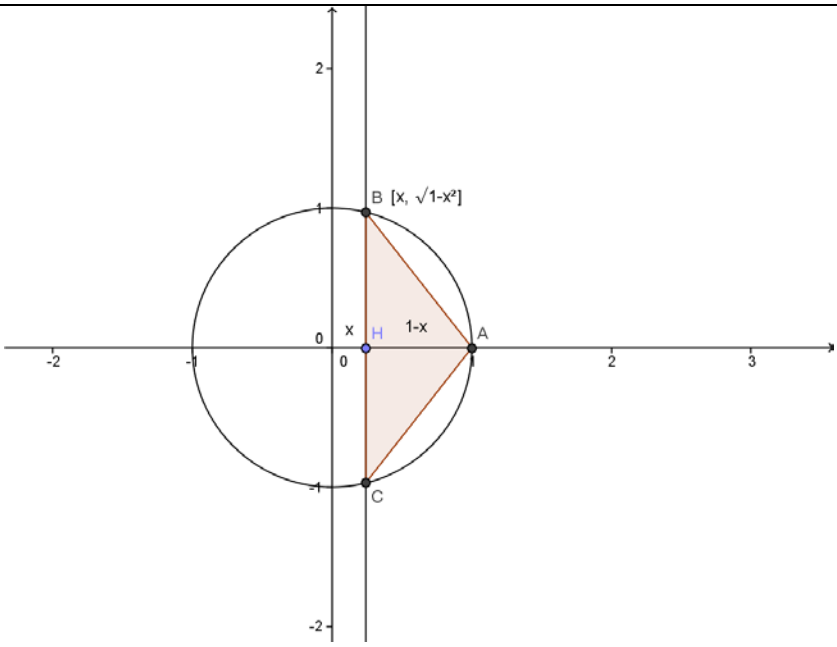
Úkoly

1. Najděte polohu bodu *H*, pro kterou má trojúhelník *ABC* maximální obsah.
2. Kružnici *k* změňte na elipsu *e*: $x^2+y^2/4 = 1$ a řešte tutéž úlohu.

Možný postup řešení, metodické poznámky

Je možno využít aplet a úlohu zadat dynamicky. Žáci uvidí, že obsah trojúhelníku *ABC* se skutečně mění se změnou polohy bodu *H* a mohou odhadnout, kde nastane maximum.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je Helena Kommová
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.



1. úkol

Obsah trojúhelníku *ABC* se vypočítá podle vzorce *S* = *a.v*/2. Délka strany *a* je dvojnásobek *y*-ové souřadnice bodu *B*. Výška *v* = 1-*x*.

Pak je obsah trojúhelníku *S* = $\frac{1}{2}.2.\sqrt{1-x^2}.(1-x)=\sqrt{1-x^2}(1-x)$

Derivací této funkce je *S´* = $\frac{-2x}{2.\sqrt{1-x^2}}(1-x)+\sqrt{1-x^2}(-1)$

Extrém nastane pro *S´*= 0. Rovnici upravíme do tvaru $2x^2$-x-1 = 0. Tato rovnice má dva kořeny: x_1 = -1/2, x_2 = 1. Maximum funkce nastane pro x_1.

Ověření maxima je komplikovanější, ale s použitím apletu je úloha srozumitelná.

2. úkol

Řeší se stejným způsobem, jen *y*-ová souřadnice bodu *B* je $2.\sqrt{1-x^2}$. Na hledání extrému to ale nemá vliv, výsledek je stejný.

Doplňkové aktivity	
Je možno vyšetřit chování funkce *S* a diskutovat, jak vypadají její derivace v krajních bodech definičního oboru.	
Obrazový materiál	Dílo autora