evropský sociální fond v ČR EVROPSKÁ UNIE MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost Jednota českých matematiků a fyziků
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

NEBOJTE SE INVERZE – ŘEŠENÍ

1. a) Daná funkce $f: y=-2x+3, x\in\left(-\infty;0\right\rangle$ je lineární, klesající, tedy prostá, proto k ní existuje funkce inverzní. $f(0)=3$ a $\forall x\leq 0$ je $f(x)\geq 3$.

   Předpis pro inverzní funkci dostaneme z předpisu dané funkce tak, že buď nejprve zaměníme x, y a pak opět vyjádříme y jako funkci x nebo nejprve vyjádříme x jako funkci y a pak zaměníme x, y. Můžeme vyzkoušet oba způsoby.

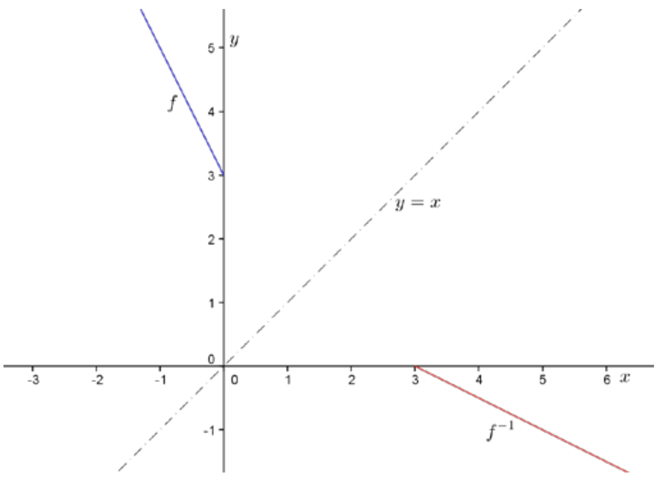
   f^{-1}: $x=-2y+3$ (zaměnili jsme x, y)

   $$2y=-x+3$$

   $$y=-\frac{x}{2}+\frac{3}{2},\ x\geq 3$$

   Protože se jedná o prosté funkce a zaměnili jsme x, y, je $D\left(f^{-1}\right)=H(f)=\left\langle 3;\infty\right)$, $H\left(f^{-1}\right)=D(f)=\left(-\infty;0\right\rangle$.

   Grafy obou funkcí sestrojené v téže soustavě souřadnic jsou souměrné podle osy 1. a 3. kvadrantu, tedy podle přímky o rovnici $y=x$.



b) Funkce $g: y=(x+1)^2-4, x\in\left\langle -1;\infty\right)$ je kvadratická, jejím grafem je část paraboly.

   V $\left\langle -1;\infty\right)$ se jedná o funkci prostou, tedy k ní existuje funkce inverzní. $f(-1)=-4$ a $\forall x\geq -1$ je $f(x)\geq -4$.

   f^{-1}: $(x+1)^2=y+4$

   $|x+1|=\sqrt{y+4}$. Protože $x\geq -1$, je

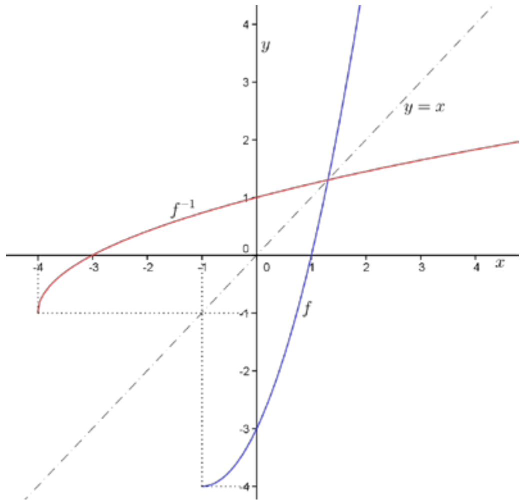
   $x+1=\sqrt{y+4}$

   $x=\sqrt{y+4}-1$. A po záměně x, y

$$y=\sqrt{x+4}-1$$

$D\left(f^{-1}\right)=H\left(f\right)=\langle -4;\infty),\ H\left(f^{-1}\right)=D\left(f\right)=\langle -1;\infty).$

Grafy obou funkcí sestrojené v téže soustavě souřadnic jsou opět souměrné podle osy 1. a 3. kvadrantu.



2. Nyní mohou žáci pracovat ve skupinách. Rozhodování o dvojicích navzájem inverzních funkcí nám umožní například vyjádření funkčních předpisů inverzních funkcí k funkcím v levém sloupci nebo náčrtky grafů a porovnávání definičních oborů a oborů hodnot. Některé dvojice mohou odhadnout úvahou – k funkci lineární bude inverzní zase lineární, k funkci logaritmické funkce exponenciální a naopak…Ve všech případech se jedná o funkce elementární, jejichž grafy žáci znají a vědí, že se jedná o funkce prosté. Správné dvojice jsou:

f_1, g_5

f_2, g_6

f_3, g_2

f_4, g_4

f_5, g_1

f_6, g_3