

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### NEBOJTE SE DŮKAZŮ

<b>Popis aktivity</b>
Rozvinutý zápis čísla v desítkové soustavě, rozhodování o dělitelnosti.
<b>Předpokládané znalosti</b>
Úpravy výrazů, kritéria dělitelnosti
<b>Zadání</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>Jsou dány tři různé nenulové cifry <math>a, b, c</math>. Najděte všechna trojčíferná čísla s různými číslicemi, která lze z těchto cifer vytvořit. Vypište je.</li> <li>Dokažte, že součet všech trojčíferných čísel z první úlohy je vždy číslo sudé.</li> <li>Dokažte, že součet všech těchto čísel je vždy dělitelný číslem 37.</li> </ol>
<b>Možný postup řešení, metodické poznámky</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>Hledaných čísel bude <math>3! = 6</math>, jedná se o permutace ze tří prvků. Lze také naznačit kombinatorické pravidlo součinu. Protože se jedná o čísla s různými číslicemi, může na 1. místě být kterákoliv z číslic <math>a, b, c</math>, jsou tedy tři možnosti. Na druhém místě nemůže být číslice, která je už na 1. místě, jsou tedy dvě možnosti a pro umístění třetí číslice zůstává pouze jedna možnost. Jedná se o trojčíferná přirozená čísla <math>abc, acb, bac, bca, cab, cba</math>.</li> <li>Připomeneme žákům zápis čísla v desítkové soustavě, třeba na konkrétním čísle, např.: <math>478 = 4 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 8</math> a zápis čísla sudého ve tvaru <math>2n, n \in \mathbb{N}</math>. Proto trojčíferné číslo <math>abc = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c</math>, stejně pro ostatní čísla z příkladu 1 a součet           <math display="block">abc + acb + bac + bca + cab + cba =</math> <math display="block">= a \cdot 100 + b \cdot 10 + c + a \cdot 100 + c \cdot 10 + b + b \cdot 100 + a \cdot 10 + c +</math> <math display="block">+ b \cdot 100 + c \cdot 10 + a + c \cdot 100 + a \cdot 10 + b + c \cdot 100 + b \cdot 10 + a =</math> <math display="block">= 222a + 222b + 222c = 222 \cdot (a + b + c) = 2 \cdot 111 \cdot (a + b + c).</math>           Vzhledem k tomu, že <math>a, b, c</math> jsou nenulové cifry, tedy přirozená čísla, je i jejich součet přirozeným číslem a výraz <math>2 \cdot 111 \cdot (a + b + c)</math> je zápis čísla sudého.         </li> <li>Vydeme ze zápisu součtu <math>abc + acb + bac + bca + cab + cba = 222 \cdot (a + b + c)</math>. Číslo 222 je dělitelné dvěma i třemi (ciferný součet je dělitelný třemi), je proto dělitelné šesti. Je tedy <math>abc + acb + bac + bca + cab + cba = 6 \cdot 37 \cdot (a + b + c)</math>. Součet uvedených trojčíferných čísel je proto dělitelný číslem 37, což jsme měli dokázat.</li> </ol>
<b>Doplňkové aktivity</b>
Dříve, než začneme provádět důkaz obecně, mohou žáci zkusit několik konkrétních příkladů a ověřovat, že součet takto vytvořených čísel je skutečně vždy číslo sudé a sami vytvořit hypotézu o dělitelnosti čísla 2 a 3.