SPIRÁLA - ŘEŠENÍ

Úloha 1

1. Konstrukce pomocí pravítka a kružítka vyžaduje pouze přesné sestrojení kolmic. Lze však také pracovat v Cabri geometrii nebo v GeoGebře.
2. Po změření $x \doteq 2{,}2$ cm; $y \doteq 3{,}4$ cm; $z \doteq 5$ cm
3. ΔA_0A_1O je podobný $\Delta A_1A_2O \Rightarrow \dfrac{1{,}5}{1} = \dfrac{x}{1{,}5} \Rightarrow x = 1{,}5^2$,

   ΔA_1A_2O je podobný $\Delta A_2A_3O \Rightarrow \dfrac{x}{1{,}5} = \dfrac{y}{x} \Rightarrow y = \dfrac{x^2}{1{,}5} = \dfrac{1{,}5^4}{1{,}5} = 1{,}5^3$,

   ΔA_2A_3O je podobný $\Delta A_3A_4O \Rightarrow \dfrac{y}{x} = \dfrac{z}{y} \Rightarrow z = \dfrac{y^2}{x} = \dfrac{1{,}5^6}{1{,}5^2} = 1{,}5^4$
4. Geometrický průměr veličin a_1, a_2 je definován jako $\sqrt{a_1 \cdot a_2}$. V našem případě $\sqrt{x \cdot z} = \sqrt{1{,}5^2 \cdot 1{,}5^4} = \sqrt{1{,}5^6} = 1{,}5^3 = y$, což jsme měli dokázat.

Úloha 2

1. Je možné počítat jako v úloze 1 užitím podobnosti ΔA_0A_1O, ΔA_1A_2O , ΔA_2A_3O a ΔA_3A_4O. Pak

   $\dfrac{a_1}{1} = \dfrac{a_2}{a_1} \Rightarrow a_2 = a_1{}^2$

   $\dfrac{a_2}{a_1} = \dfrac{a_3}{a_2} \Rightarrow a_3 = \dfrac{a_2{}^2}{a_1} = \dfrac{a_1{}^4}{a_1} = a_1{}^3$

   $\dfrac{a_3}{a_2} = \dfrac{a_4}{a_3} \Rightarrow a_4 = \dfrac{a_3{}^2}{a_2} = \dfrac{a_1{}^6}{a_1{}^2} = a_1{}^4.$

   Můžeme však využít Eukleidovy věty o výšce v pravoúhlých trojúhelnících $A_0A_1A_2$, $A_1A_2A_3$, $A_2A_3A_4$.
   Pak z $\Delta A_0A_1A_2$ plyne $1 \cdot a_2 = a_1{}^2 \Rightarrow a_2 = a_1{}^2$,
   resp. v $\Delta A_1A_2A_3$ je $a_1 \cdot a_3 = a_2{}^2$, tedy $a_3 = \dfrac{a_2{}^2}{a_1} = \dfrac{a_1{}^4}{a_1} = a_1{}^3$
   a obdobně z $\Delta A_2A_3A_4$ dostaneme $a_4 = a_1{}^4$.
2. Konečná pětičlenná posloupnost $1, a_1, a_1{}^2, a_1{}^3, a_1{}^4$ je geometrická posloupnost s prvním členem 1 a kvocientem a_1.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je E. Řídká
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.