

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### JAK TO BUDE DÁL 2

#### Popis aktivity

Určení vzorce pro  $n$ -tý člen posloupnosti, která je zadána výčtem svých členů

#### Předpokládané znalosti

Pojem posloupnosti, člen posloupnosti, zadání posloupnosti, aritmetická a geometrická posloupnost, používání proměnné, vlastnosti přirozených čísel

#### Zadání

Napište vzorec pro  $n$ -tý člen posloupnosti:

1.  $0, 2, 6, 12, 20, 30, \dots$
2.  $\frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \frac{1}{3}, 1, 3, 9, \dots$
3.  $\frac{1}{3} \sin \frac{\pi}{4}, \frac{1}{5} \sin \frac{\pi}{2}, \frac{1}{7} \sin \frac{3\pi}{4}, \frac{1}{9} \sin \pi, \frac{1}{11} \sin \frac{5\pi}{4}, \frac{1}{13} \sin \frac{3\pi}{2}, \dots$
4.  $\frac{1}{2} \log 5, \frac{1}{4} \log 7, \frac{1}{8} \log 9, \frac{1}{16} \log 11, \frac{1}{32} \log 13, \frac{1}{64} \log 15, \dots$
5.  $0, -\frac{1}{3} \ln 2, \frac{1}{5} \ln 3, -\frac{1}{7} \ln 4, \frac{1}{9} \ln 5, -\frac{1}{11} \ln 6, \dots$
6.  $\frac{2}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt[3]{4}}, 0, \frac{-1}{\sqrt[5]{16}}, \frac{-2}{\sqrt[7]{32}}, \frac{-3}{\sqrt[9]{64}}, \dots$
7.  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}, 0, -\frac{1}{7}, -\frac{1}{4}, \dots$
8.  $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{7}, 0, \frac{1}{9}, \frac{1}{5}, \frac{3}{11}, \dots$
9.  $0, 2, 6, 14, 30, 62, \dots$
10.  $-8, -6, -2, 6, 22, 54, 118, 246, 502, 1014, \dots$



#### Možný postup řešení, metodické poznámky

Úloha najít další číslo v dané řadě čísel se vyskytuje v nejrůznějších kvízech, hlavolamech, testech studijních předpokladů apod. Někdy je v zadání řečeno, že čísla v řadě jsou uspořádána podle určitého logického pravidla, případně že existuje zákonitost, která vyhovuje všem číslům v řadě. Ani za těchto podmínek však nemusí být řešení vždy jednoznačné.

V této aktivitě budeme předpokládat, že se jedná o výčet několika prvních členů jisté posloupnosti, kterou je možné zadat vzorcem pro  $n$ -tý člen a úkolem studentů je tento vzorec nalézt. Pak už je snadné najít nejen další číslo v řadě, ale také kterýkoliv člen posloupnosti.

1. Jedná se o součin dvou po sobě následujících čísel, tedy  $a_n = n \cdot (n-1), n \in \mathbb{N}$ .
2. Přepíšeme-li si tentokrát členy posloupnosti ve tvaru  $3^{-3}, 3^2, 3^{-1}, 3^0, 3^1, 3^2, \dots$ , vidíme, že  $a_n = 3^{n-4}, n \in \mathbb{N}$ .
3. Jmenovatelé koeficientů jsou lichá čísla počínaje číslem 3, tedy  $2n+1, n \in \mathbb{N}$  a rozšíříme-li argumenty funkce sinus u druhého, čtvrtého a šestého členu, dostáváme

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$a_n = \frac{1}{2n+1} \sin \frac{n\pi}{4}, n \in N.$$

4. Jmenovatelé koeficientů jsou  $n$ -té mocniny čísla 2, argumenty logaritmů jsou lichá čísla počínaje číslem 5, tedy  $a_n = \frac{1}{2^n} \log(2n+3), n \in N$ .
5. Víme, že  $\ln 1 = 0$  a ošetříme-li známým způsobem střídání znamének, pak  $a_n = \frac{(-1)^n}{2n-1} \cdot \ln n, n \in N$ .
6. Protože třetí člen posloupnosti je roven 0, můžeme zapsat  $a_n = \frac{3-n}{\sqrt[n+1]{2^n}}, n \in N$ .
7. Čtvrtý člen posloupnosti je roven 0, pátý a šestý člen jsou záporná čísla – v čitateli zlomku by tedy mohl být výraz  $4-n$  a členy posloupnosti bychom mohli zapsat ve tvaru  $\frac{3}{3}, \frac{2}{4}, \frac{1}{5}, \frac{0}{6}, \frac{-1}{7}, \frac{-2}{8}, \dots$ . Pak ale  $a_n = \frac{4-n}{n+2}, n \in N$ .
8. Uvažujeme obdobně jako v předcházejícím příkladu – tentokrát je třetí člen roven 0 a první dva členy jsou záporné – v čitateli zlomku by tedy mohl být výraz  $n-3$ . Nyní můžeme danou posloupnost přepsat na tvar  $\frac{-2}{6}, \frac{-1}{7}, 0, \frac{1}{9}, \frac{2}{10}, \frac{3}{11}, \dots$  a vzorec pro  $n$ -tý člen dané posloupnosti je  $a_n = \frac{n-3}{n+5}, n \in N$ .
9. Známe-li z paměti  $n$ -té mocniny čísla 2, pak objevíme správný vzorec ve tvaru  $a_n = 2^n - 2, n \in N$ .
10. Také v tomto případě se jedná o druhé mocniny čísla 2, ale zmenšené o 10. Proto  $a_n = 2^n - 10, n \in N$ .

### Doplňkové aktivity

Některé z daných posloupností lze také zadat rekurentně.

### Obrazový materiál

Obrázek je dostupný pod licencí Creative Commons, autor Mgr. Dagmar Novotná, [wiki.rvp.cz/Kabinet/0.0.0.Kliparty/Cinnosti/Premyslet](http://wiki.rvp.cz/Kabinet/0.0.0.Kliparty/Cinnosti/Premyslet)