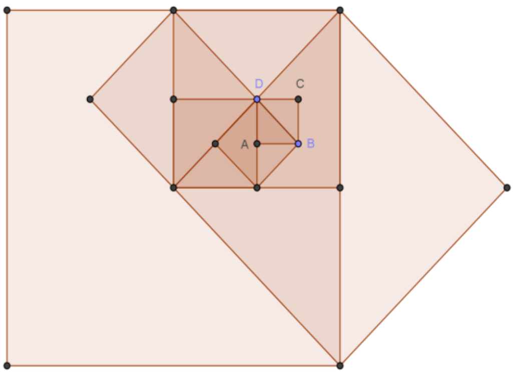
evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Jednota českých matematiků a fyziků

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

HLEDEJ ČTVERCE - ŘEŠENÍ



1. Jestliže označíme délku strany čtverce a, potom pro délku úhlopříčku platí: $u = a\sqrt{2}$.
2. Pro první čtverec platí: $a_1 = 10, S_1 = 100$.

   Délka strany druhého čtverce je $a_2 = 10\sqrt{2}$ a jeho obsah $S_2 = 200$.

   Délka strany třetího čtverce je $a_3 = a_2 \cdot \sqrt{2} = 20$ a jeho obsah $S_3 = 400$.

   Délka strany čtvrtého čtverce je $a_4 = a_3 \cdot \sqrt{2} = 20 \cdot \sqrt{2}$ a jeho obsah $S_4 = 800$.

   Délka strany pátého čtverce je $a_5 = a_4 \cdot \sqrt{2} = 40$ a jeho obsah $S_5 = 1600$ atd.

3. Posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je geometrická $\Leftrightarrow$ $\forall n \in N;\ \dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = q$

   Pro posloupnost velikosti stran čtverců platí:

   $$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_n \cdot \sqrt{2}}{a_n} = \underline{\underline{\sqrt{2}}} \qquad \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = \frac{a_{n+1} \cdot \sqrt{2}}{a_{n+1}} = \underline{\underline{\sqrt{2}}}$$

   $$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}} = \underline{\underline{\sqrt{2}}}$$

   Tato posloupnost stran zvětšujících se čtverců je geometrická s kvocientem $q_a = \sqrt{2}$.

   Je-li posloupnost $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ geometrická posloupnost s kvocientem q, je i posloupnost $\left\{(a_n)^2\right\}_{n=1}^{\infty}$ geometrická posloupnost s kvocientem q^2.

   Proto $a_{n+1}{}^2 = (a_n \cdot q)^2 = a_n^2 \cdot q^2$

   __Závěr:__ Posloupnost obsahů těchto čtverců je geometrická s kvocientem $q_S = 2$.

4. Protože ani jeden z kvocientů q_1, q_S nesplňuje podmínku pro existenci součtu nekonečné geometrické řady ($\left|q\right| \prec 1$), součty neexistují.

Autorem materiálu a všech jeho částí, není-li uvedeno jinak, je J. Houser
Financováno z ESF a státního rozpočtu ČR.