

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## JEDEN A DVĚ 4

### Popis aktivity

Určení rovnice přímky v rovině, rovnice kružnice a rovnice tečny k dané kružnici.

### Předpokládané znalosti

Směrový a normálový vektor, soustava lineární a kvadratické rovnice, charakteristiky kružnice.

### Potřebné pomůcky

Tabulky, kalkulačtor, pracovní list pro žáka

### Zadání

V rovině soustavy souřadnic je dán pouze jeden bod  $P [8 ; 4]$ . Narýsujte obdélník  $OXPY$ , jehož strany leží na osách soustavy souřadnic, bod  $P$  je jeho jedním vrcholem a bod  $Y$  leží na ose  $y$ .

Úkoly:

1. Vypočtete délku kružnice, která je tomuto obdélníku opsaná.
2. Vepište tomuto obdélníku dvě stejně velké kružnice maximálního obsahu. Kolik procent obsahu obdélníku tvoří součet obsahů těchto dvou vepsaných kružnic?
3. Vypočtete souřadnice průsečíků vepsané kružnice, která se nedotýká osy  $y$ , a přímky, která prochází bodem  $P$  a středem této kružnice.
4. K jedné, resp. druhé vepsané kružnici napište rovnici tečny, která není stranou obdélníku a navíc prochází bodem  $Y$ .

### Možný postup řešení, metodické poznámky

1. Obvod kruhu je  $o = \pi \cdot d$ , kde

$$d = |OP| = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}. \text{ Proto } o \doteq 28,1 \text{ j.}$$

2. Obsah obdélníku  $OXPY$ :  $S_{OXPY} = 32 \text{ j}^2$ .

$$\text{Obsah vepsaného kruhu: } S_k = \pi \cdot r^2 = 4\pi \text{ j}^2.$$

Výpočet poměru ploch:

$$p = \frac{2 \cdot S_k}{S_{OXPY}} \cdot 100 = \frac{8\pi}{32} \cdot 100 = 25\pi \doteq \underline{\underline{78,54 \%}}.$$

Součet obsahů dvou vepsaných kružnic zaujímá 78,54 % obsahu obdélníku  $OXPY$ .

3. Kružnice  $k_2$  má střed  $S [6 ; 2]$  a poloměr  $r = 2$ . Středový tvar rovnice kružnice  $k_2$  je  $(x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 4$ .

Přímka  $p = \overline{PS_2}$  je dána parametrickým vyjádřením

$$p : \begin{cases} x = 8 + 2t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$$

Průsečík přímky a kružnice:  $(8 + 2t - 6)^2 + (4 + 2t - 2)^2 = 4$

$$2t^2 + 4t + 1 = 0 \Rightarrow D = 8$$

$$t_1 = \frac{-2 + \sqrt{2}}{2} \Rightarrow R_1 [6 + \sqrt{2} ; 2 + \sqrt{2}] ; t_2 = \frac{-2 - \sqrt{2}}{2} \Rightarrow R_2 [6 - \sqrt{2} ; 2 - \sqrt{2}]$$



