

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

JEDEN A DVĚ 4 - ŘEŠENÍ

1. Obvod kruhu je $o = \pi \cdot d$, kde $d = |OP| = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}$. Proto $o \doteq 28,1$ j.

2. Obsah obdélníku $OXPY$: $S_{OXPY} = 32$ j².

Obsah vepsaného kruhu: $S_k = \pi \cdot r^2 = 4\pi$ j².

Výpočet poměru ploch:

$$p = \frac{2 \cdot S_k}{S_{OXPY}} \cdot 100 = \frac{8\pi}{32} \cdot 100 = 25\pi \doteq 78,54 \%$$

Součet obsahů dvou vepsaných kružnic zaujímá 78,54 % obsahu obdélníku $OXPY$.

3. Kružnice k_2 má střed $S [6; 2]$ a poloměr $r = 2$. Středový tvar rovnice kružnice k_2 je $(x-6)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Přímka $p = \overline{PS_2}$ je dána parametrickým vyjádřením

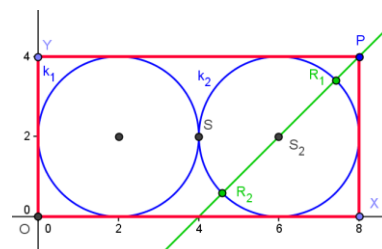
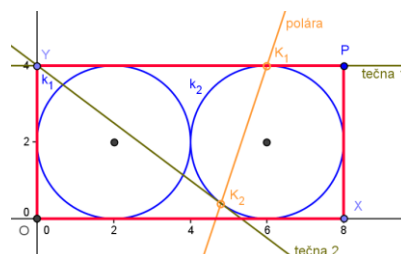
$$p: \begin{cases} x = 8 + 2t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$$

Průsečík přímky a kružnice:

$$(8 + 2t - 6)^2 + (4 + 2t - 2)^2 = 4$$

$$2t^2 + 4t + 1 = 0 \Rightarrow D = 8$$

$$t_1 = \frac{-2 + \sqrt{2}}{2} \Rightarrow R_1 [6 + \sqrt{2}; 2 + \sqrt{2}] ; t_2 = \frac{-2 - \sqrt{2}}{2} \Rightarrow R_2 [6 - \sqrt{2}; 2 - \sqrt{2}]$$



4. Existuje jen jedno takové řešení – jedna tečna z bodu Y ke kružnici k_2 :

$$k_2: (x-6)^2 + (y-2)^2 = 4 \Leftrightarrow (x-6)(x-6) + (y-2)(y-2) = 4$$

$$\begin{aligned} \text{Rovnice poláry: } (x_Y - 6)(x - 6) + (y_Y - 2)(y - 2) &= 4 \\ (0 - 2)(x - 2) + (4 - 2)(y - 2) &= 4 \\ 3x - y - 14 &= 0 \end{aligned}$$

Průsečík kružnice k_2 a poláry:

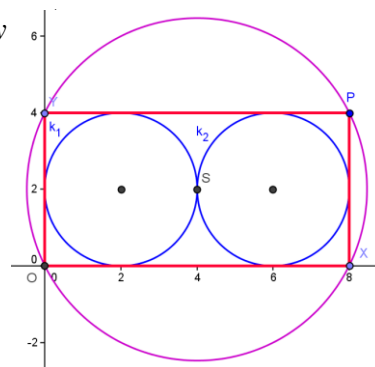
$$x^2 + y^2 - 12x - 4y + 36 = 0 \quad \wedge \quad 3x - y - 14 = 0$$

$$\text{polára: } y = 3x - 14 \Rightarrow x^2 + (3x - 14)^2 - 12x - 4(3x - 14) + 36 = 0$$

$$5x^2 - 54x + 144 = 0 \Rightarrow D = 36 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{54 \pm 6}{10}$$

$$k_2 \cap \text{polára} = \{K_2\}, K_2 [4,8; 0,4]$$

$$k_2 \cap \text{polára} = \{K_1\}, K_1 [6; 4] \quad \text{– tento bod není pro úkol 4. podstatný.}$$





INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Rovnice tečny $t_2 = \overline{YK_2}$: směrový vektor tečny $\vec{s}_{t_2} = K_2 - Y = (4,8; -3,6)$
normálový vektor tečny $\vec{n}_{t_2} = (4; 3)$

Rovnice tečny $t_2 = \overline{YK_2}$: $4x + 3y - 12 = 0$