

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

JEDEN A JEDNA 2

Popis aktivity

Určení rovnice přímky v rovině, rovnice elipsy a popisných charakteristik elipsy.

Předpokládané znalosti

Směrový a normálový vektor, charakteristiky elipsy.

Potřebné pomůcky

Tabulky, kalkulačka, pracovní list pro žáka

Zadání

V rovině soustavy souřadnic je dán pouze jeden bod $P [6; 4]$.

Úkoly

- Vypočtete úhel úhlopříček obdélníku $OXPY$, jehož strany leží na osách soustavy souřadnic, bod P je jeho jedním vrcholem a vrchol X leží na ose x .
- Napište parametrický, obecný a směrový tvar rovnice přímky, ve které leží úhlopříčka tohoto obdélníku, která prochází bodem P .
- Určete souřadnice středu, hlavních a vedlejších vrcholů a ohnisek elipsy, která je tomuto obdélníku vepsána.
- Napište obecnou rovnici elipsy vepsané do uvedeného obdélníku $OXPY$.

Možný postup řešení, metodické poznámky

1. Použijte např. vzorec pro úhel vektorů nebo goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku:

$$\vec{SP} = (3; 2), \vec{SX} = (3; -2) \Rightarrow \cos \varphi = \frac{\vec{SP} \cdot \vec{SX}}{|\vec{SP}| \cdot |\vec{SX}|} \doteq 0,3846 \Rightarrow \underline{\underline{\varphi \doteq 67^\circ 23'}}$$

Nebo: $\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \varphi \doteq 67^\circ 23'$

2. a) Parametrický tvar: směrový vektor přímky \vec{OP} je $(6; 4)$:

$$\vec{OP}: \begin{cases} x = 6 + 6t \\ y = 4 + 4t \end{cases}$$

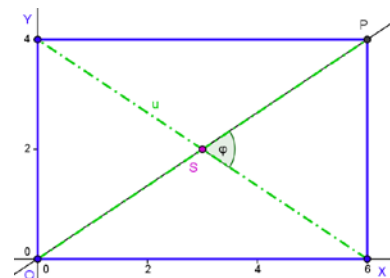
b) Obecný tvar: normálový vektor přímky \vec{OP} je např. $(2; -3)$: $\vec{OP}: 2x - 3y = 0$

c) Směrový tvar: směrnice přímky \vec{OP} je $k = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x$

3. Jedná se o průsečík úhlopříček a středy stran obdélníku $OXPY$:

$$S [3; 2]; A [0; 2], B [6; 2], C [3; 4], D [3; 0]$$

Výpočet excentricity: $e = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$
 $\Rightarrow F_1 [3 - \sqrt{5}; 2], F_2 [3 + \sqrt{5}; 2]$

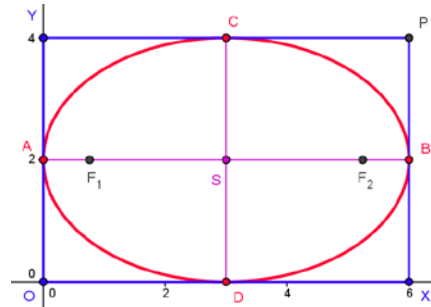


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

4. Osová rovnice elipsy $E: \frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$

Obecná rovnice elipsy
 $4x^2 + 9y^2 - 24x - 36y + 36 = 0$

$E:$



Doplňkové aktivity

1. Napiš parametrické, obecné a směrnicové tvary rovnic přímk, které procházejí hlavním vrcholem elipsy a bodem P .
2. Vypočítejte obvod a obsah čtyřúhelníku vymezeného ohnisky a vedlejšími vrcholy elipsy.
3. Napiš parametrické, obecné a směrnicové tvary rovnic tečen elipsy, které jsou kolmé k úhlopříčce procházející bodem P .

Je vhodné využít obrázku popř. matematického grafického software – Cabri, Geonext, Geogebra aj.

Literatura	Archiv autora
Obrazový materiál	Dílo autora