

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KUŽELOSEČKY

Popis aktivity
Určení středové (vrcholové) rovnice kuželosečky, jsou-li zadány její základní charakteristiky.
Předpokládané znalosti
Základní polohové a délkové charakteristiky kuželoseček.
Potřebné pomůcky
Tabulky, kalkulaátor
Zadání
<p>V rovině soustavy souřadnic s osami o_x a o_y je dán bod $S [1; -2]$ a dvě čísla $s = 3$ a $t = 5$.</p> <p>Úkoly</p> <ol style="list-style-type: none"> Napište středovou a obecnou rovnici kružnice, která má střed v bodě S a poloměr s. Napište středovou a obecnou rovnici elipsy, která má střed v bodě S, hlavní poloosu t rovnoběžnou s osou o_x této soustavy souřadnic a délku vedlejší poloosy s. Napište středovou a obecnou rovnici elipsy, která má střed v bodě S, hlavní poloosu t rovnoběžnou s osou o_y a excentricitu s. Napište středovou a obecnou rovnici hyperboly, která má střed v bodě S, hlavní poloosu s rovnoběžnou s osou o_x této soustavy souřadnic a délku vedlejší poloosy t. Napište středovou a obecnou rovnici hyperboly, která má střed v bodě S, hlavní poloosu rovnoběžnou s osou o_y, excentricitu t a vedlejší poloosu s. Napište vrcholovou a obecnou rovnici paraboly, která má vrchol v bodě S, řídicí přímku rovnoběžnou s osou o_x této soustavy souřadnic a parametr s. Napište vrcholovou a obecnou rovnici paraboly, která má vrchol v bodě S, řídicí přímku rovnoběžnou s osou o_y této soustavy souřadnic a parametr t.
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>1. Středová rovnice kružnice: $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ Obecná rovnice kružnice: $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$</p> <p>2. Středová rovnice elipsy: $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{(y+2)^2}{9} = 1$ Obecná rovnice elipsy: $9x^2 + 25y^2 - 18x + 100y - 116 = 0$</p> <p>3. V elipse s těmito parametry pro velikost vedlejší poloosy platí: $\sqrt{t^2 - s^2} = 4$ Středová rovnice elipsy: $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$ Obecná rovnice elipsy: $25x^2 + 16y^2 - 50x + 64y - 311 = 0$</p> <p>4. Středová rovnice hyperboly: $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y+2)^2}{25} = 1$</p>

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Obecná rovnice hyperboly: $25x^2 - 9y^2 - 50x - 36y - 236 = 0$

5. V hyperbole s těmito parametry pro velikost hlavní poloosy platí: $\sqrt{t^2 - s^2} = 4$

Středová rovnice hyperboly: $-\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{16} = 1$

Obecná rovnice hyperboly: $16x^2 - 9y^2 - 32x - 36y + 124 = 0$

6. Vzhledem k zadaným parametrům existují dvě možnosti polohy paraboly (ohnisko leží nad vrcholem paraboly resp. pod jejím vrcholem), a proto i dvě různé rovnice této kuželosečky.

a) Leží-li ohnisko nad vrcholem paraboly, potom platí:

vrcholová rovnice paraboly: $(x-1)^2 = 6(y+2)$

obecná rovnice paraboly: $x^2 - 2x - 6y - 11 = 0$

b) Leží-li ohnisko pod vrcholem paraboly, potom platí:

vrcholová rovnice paraboly: $(x-1)^2 = -6(y+2)$

obecná rovnice paraboly: $x^2 - 2x + 6y + 13 = 0$

7. Vzhledem k zadaným parametrům existují dvě možnosti polohy paraboly (ohnisko leží vpravo od vrcholu paraboly resp. vlevo od jejího vrcholu), a proto lze napsat dvě různé rovnice kuželosečky.

a) Leží-li ohnisko vpravo od vrcholu paraboly, potom platí:

vrcholová rovnice paraboly: $(y+2)^2 = 10(x-1)$

obecná rovnice paraboly: $y^2 - 10x + 4y + 14 = 0$

b) Leží-li ohnisko vlevo od vrcholu paraboly, potom platí:

vrcholová rovnice paraboly: $(y+2)^2 = -10(x-1)$

obecná rovnice paraboly: $y^2 + 10x + 4y - 6 = 0$

Doplňkové aktivity

1. Vypočtete souřadnice průsečíků každé kuželosečky s osami soustavy souřadnic.
2. Žáci mohou dané kuželosečky dle zadaných a vypočtených parametrů zakreslit.

Je vhodné využít obrázku popř. matematického grafického software – Cabri, Geonext, Geogebra aj.

Literatura

Archiv autora