

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

JEDNA NEBO VÍCE?

Popis aktivity
Sestavení rovnice, řešení rovnice třetího stupně rozkladem na součin.
Předpokládané znalosti
Vyjádření po sobě jdoucích přirozených čísel, vzorec pro třetí mocninu dvojčlenu, řešení rovnic rozkladem na součin
Zadání
<p>Pro přirozená čísla 3, 4, 5, 6 platí: $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$.</p> <p>Rozhodněte, zda existují i jiné čtveřice po sobě jdoucích přirozených čísel s uvedenou vlastností.</p>
Možný postup řešení, metodické poznámky
<p>Označíme-li hledaná po sobě jdoucí přirozená čísla výhodně $x-1, x, x+1, x+2$, pak má platit:</p> $(x-1)^3 + x^3 + (x+1)^3 = (x+2)^3.$ <p>Po úpravě dostáváme rovnici třetího stupně ve tvaru: $x^3 - 3x^2 - 3x - 4 = 0$.</p> <p>Využijeme toho, že známe aspoň jedno řešení ($x=4$) a rovnici zapíšeme ve tvaru</p> $(x-4)(x^2 + x + 1) = 0.$ <p>Protože kvadratická rovnice $x^2 + x + 1 = 0$ v množině reálných čísel nemá řešení ($D < 0$), neexistuje jiné řešení rovnice $x^3 - 3x^2 - 3x - 4 = 0$ než číslo 4.</p> <p>Uvedená čtveřice přirozených čísel je tedy jedinou čtveřicí s uvedenou vlastností.</p>
Doplňkové aktivity
Můžeme žáky vyzvat ke geometrické formulaci úlohy: Součet objemů tří krychlí, jejichž délky hran jsou po sobě jdoucí přirozená čísla, je roven objemu krychle, jejíž délka hrany je dalším přirozeným číslem. Určete délky hran těchto krychlí.