


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

KOLIKRÁT SE ODRAZÍ?

| |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Popis aktivity |
| Určení počtu odrazů míče. |
| Předpokládané znalosti |
| Metody řešení exponenciálních rovnic buď převedením na stejný základ, nebo zlogaritmováním a převedením na rovnici logaritmickou |
| Potřebné pomůcky |
| Kalkulátor |
| Zadání |
| <p>Míč spuštěný na zem se vždy odrazí do $\frac{2}{3}$ výšky, ze které byl spuštěn.</p>  <p>a) Jestliže byl poprvé spuštěn z výšky 8,1 m, po kolika odrazech dosáhne výšky 1,6 m ?</p> <p>b) Po kolika odrazech bude míč ve výšce 1 m, jestliže ho spustíme z rozhledny Bohdanka, která měří 52,2 m ?</p> <p>c) Jak vysoká je věž, ze které byl spuštěn míč a po osmi odrazech dosáhl výšky 2,2 m ?</p> |
| Možný postup řešení, metodické poznámky |
| <p>a) Po prvním odrazu bude míč ve výšce $v_1 = \frac{2}{3} \cdot 8,1 = 5,4$ m, po druhém odrazu bude ve výšce</p> $v_2 = \frac{2}{3} \cdot 5,4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 8,1 = 3,6 \text{ m} \dots \text{tedy po } n - \text{tém odrazu bude ve výšce } v_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n \cdot 8,1.$ <p>Protože platí, že $v_n = 1,6$ m, dostáváme exponenciální rovnici</p> $\left(\frac{2}{3}\right)^n \cdot 8,1 = 1,6. \text{ Tedy}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{16}{81}, \text{ neboli}$ $\left(\frac{2}{3}\right)^n = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \Leftrightarrow n = 4.$ <p>Míč dosáhne výšky 1,6 m po čtyřech odrazech.</p> <p>b) S využitím předchozího případu napíšeme hned exponenciální rovnici</p> $\left(\frac{2}{3}\right)^n \cdot 52,2 = 1, \text{ tedy } \left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{1}{52,2} \text{ resp. po úpravě pravé strany na zlomek v základním tvaru } \left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{5}{261}.$ <p>Abychom určili neznámou n, musíme tentokrát obě strany rovnice</p> |

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

zlogaritmovat. Dostáváme tak rovnici ve tvaru $n \cdot \log \frac{2}{3} = \log \frac{5}{261} \Rightarrow n = \frac{\log \frac{5}{261}}{\log \frac{2}{3}} \doteq 9,8$.

Výšky 1 m tedy míč dosáhne po devátém odrazu (po desátém odrazu bude ve výšce 0,9 m).

c) Máme-li spočítat výšku v věže, pak musí platit:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^8 \cdot v = 2,2, \text{ tedy } v = \frac{2,2}{\left(\frac{2}{3}\right)^8} \doteq 56$$

Věž je vysoká asi 56 m.

Doplňkové aktivity

Žáci mohou rovnici napsat v obecném tvaru a formulovat s jejím využitím obdobné příklady.

Přesahy a vazby *Zeměpis – známé rozhledny, výšky rozhleden a věží.*

Obrazový materiál [ffice.microsoft.com/cs-cz/images/results.aspx?qu=věž&ex=2#ai:MC900335172](https://office.microsoft.com/cs-cz/images/results.aspx?qu=věž&ex=2#ai:MC900335172)