

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## ODŘÍZNEME HRANY POPÁTĚ

### Popis aktivity

Objem komolého jehlanu, který vznikne po řezu krychle rovinou.

### Předpokládané znalosti

Krychle, popř. volné rovnoběžné promítání, komolý jehlan, objem

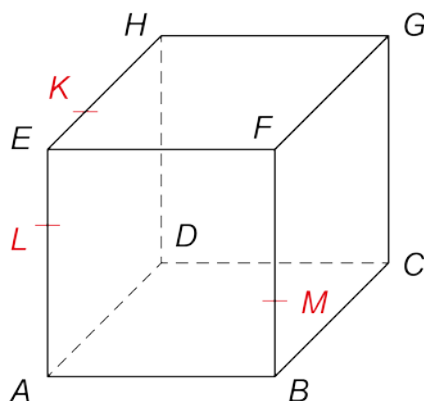
### Potřebné pomůcky

Rýsovací potřeby

### Zadání

Je dána krychle  $ABCDEFGH$ . Na hranách  $EH$ ,  $AE$  a  $BF$  jsou zvoleny body  $K$ ,  $L$  a  $M$  tak, že

$$|EK| = |EL| = |BM| = \frac{1}{3}a.$$

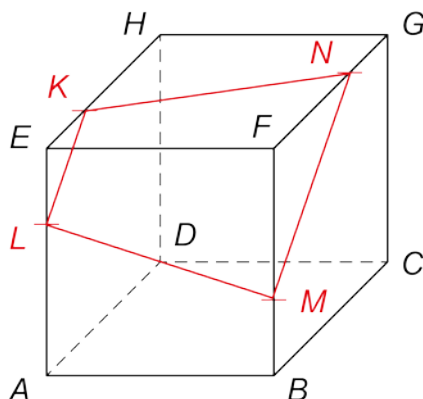


1. Sestrojte rovinu  $KLM$  a nakreslete mnohostěn (ten, který obsahuje hranu  $EF$ ), který tímto řezem vznikne.
2. Vypočítejte objem tohoto tělesa.

### Možný postup řešení, metodické poznámky

1. Stěny krychle  $ADEH$  a  $BCGF$  leží v rovnoběžných rovinách, proto budou průsečnice těchto rovin s jakoukoli třetí s nimi různoběžnou rovinou rovnoběžné přímkami. V našem případě to budou přímky  $KL$  a přímka, která prochází bodem  $M$  a leží v rovině  $BCG$ .

Když sestojíme přímku, která je rovnoběžná s přímkou  $KL$  a prochází bodem  $M$ , získáme průsečnici roviny  $KLM$  se stěnou  $BCGF$ . Řezem je lichoběžník  $KLNM$ .



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Těleso, které vznikne, je komolý jehlan s podstavou  $FMN$  a výškou  $EF$ .

2. Pro výpočet objemu využijeme vzorec:

$$V = \frac{1}{3} \cdot v \cdot (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2),$$

kde  $v$  je výška komolého jehlanu (tedy vzdálenost jeho podstav) a  $S_1$  a  $S_2$  jsou obsahy jeho podstav.

Výška se rovná délce hrany krychle, proto  $v = a$ .

Podstavy jsou rovnoramenné pravoúhlé trojúhelníky. Odvěsny větší podstavy mají délky rovny dvěma třetinám hrany krychle, proto

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} a \cdot \frac{2}{3} a = \frac{2}{9} a^2.$$

Odvěsny menší podstavy mají délky rovny jedné třetině hrany krychle, proto

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} a \cdot \frac{1}{3} a = \frac{1}{18} a^2.$$

Dosaďme do vzorce pro výpočet objemu a upravme:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot v \cdot (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2) = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \left( \frac{2}{9} a^2 + \sqrt{\frac{2}{9} a^2 \cdot \frac{1}{18} a^2} + \frac{1}{18} a^2 \right) = \\ &= \frac{1}{3} a \cdot \left( \frac{2}{9} a^2 + \sqrt{\frac{2}{9 \cdot 2 \cdot 9} \cdot a^2 \cdot a^2} + \frac{1}{18} a^2 \right) = \frac{1}{3} a \cdot \left( \frac{2}{9} a^2 + \frac{1}{9} a^2 + \frac{1}{18} a^2 \right) = \\ &= \frac{1}{3} a \cdot a^2 \cdot \left( \frac{4 + 2 + 1}{18} \right) = \frac{1}{3} a^3 \cdot \frac{7}{18} = \frac{7}{54} a^3 \end{aligned}$$

Objem komolého jehlanu se rovná  $V = \frac{7}{54} a^3$ .

### Doplňkové aktivity

Aktivitu lze použít v návaznosti na aktivity Odřízneme rohy poprvé atd. a přímo navazuje na aktivity Odřízneme hrany poprvé atd. Na aktivitu pak navazují aktivity Vybrousíme diamant poprvé atd.

### Obrazový materiál

Dílo autora