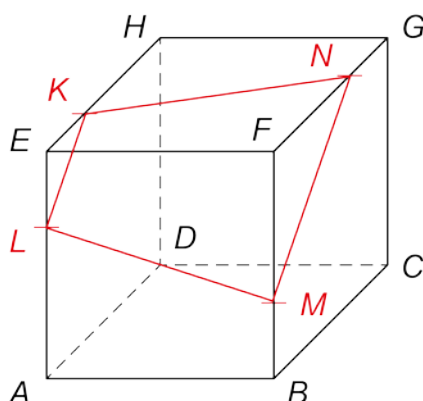


INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ODŘÍZNEME HRANY POPÁTÉ - ŘEŠENÍ

1. Stěny krychle $ADEH$ a $BCGF$ leží v rovnoběžných rovinách, proto budou průsečnice těchto rovin s jakoukoli třetí s nimi různoběžnou rovinou rovnoběžné přímky. V tomto případě to budou přímky KL a přímka, která prochází bodem M a leží v rovině BCG .

Když sestrojíš přímku, která je rovnoběžná s přímkou KL a prochází bodem M , získáš průsečnici roviny KLM se stěnou $BCGF$. Řezem je lichoběžník $KLMN$.



Těleso, které vznikne, je komolý jehlan s podstavou FMN a výškou EF .

2. Pro výpočet objemu využiješ vzorec:

$$V = \frac{1}{3} \cdot v \cdot (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2),$$

kde v je výška komolého jehlanu (tedy vzdálenost jeho podstav) a S_1 a S_2 jsou obsahy jeho podstav. Výška se rovná délce hrany krychle, proto $v = a$.

Podstavy jsou rovnoramenné pravoúhlé trojúhelníky. Odvěsny větší podstavy mají délky rovnou dvěma třetinám hrany krychle, proto

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} a \cdot \frac{2}{3} a = \frac{2}{9} a^2.$$

Odvěsny menší podstavy mají délky rovnou jedné třetině hrany krychle, proto

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} a \cdot \frac{1}{3} a = \frac{1}{18} a^2.$$

Dosaď do vzorce pro výpočet objemu a uprav:

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3} \cdot v \cdot (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2) = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \left(\frac{2}{9} a^2 + \sqrt{\frac{2}{9} a^2 \cdot \frac{1}{18} a^2} + \frac{1}{18} a^2 \right) = \\&= \frac{1}{3} a \cdot \left(\frac{2}{9} a^2 + \sqrt{\frac{2}{9 \cdot 2 \cdot 9}} \cdot a^2 \cdot a^2 + \frac{1}{18} a^2 \right) = \frac{1}{3} a \cdot \left(\frac{2}{9} a^2 + \frac{1}{9} a^2 + \frac{1}{18} a^2 \right) = \\&= \frac{1}{3} a \cdot a^2 \cdot \left(\frac{4 + 2 + 1}{18} \right) = \frac{1}{3} a^3 \cdot \frac{7}{18} = \frac{7}{54} a^3\end{aligned}$$

Odpověď: Objem komolého jehlanu se rovná $V = \frac{7}{54} a^3$.