

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

ODŘÍZNEME HRANY (POTŘETÍ)

Popis aktivity

Objem a povrch hranolu, který vznikne po řezu krychle danou rovinou.

Předpokládané znalosti

Krychle, popř. volné rovnoběžné promítání, hranol, objem, povrch

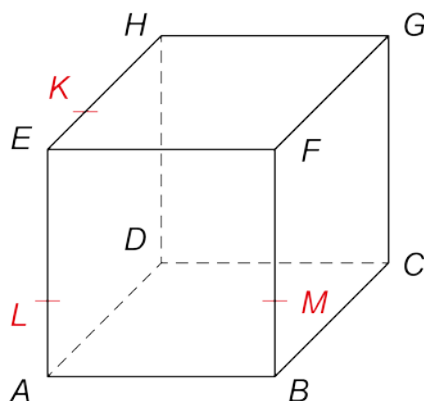
Potřebné pomůcky

Rýsovací potřeby

Zadání

Je dána krychle $ABCDEFGH$ s hranou délky a . Dále je sestrojena rovina KLM a její průnik s krychlí.

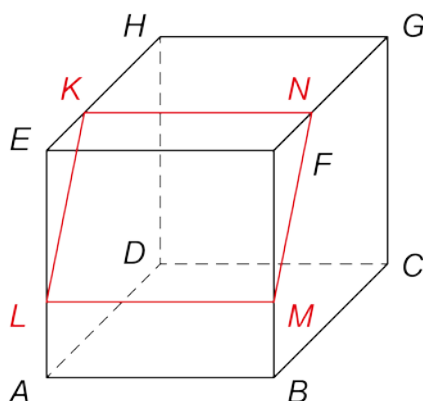
Body K , L a M leží na hranách EH , AE a FB a platí, že $|EK| = |AL| = |BM| = \frac{1}{3}|AB|$.



1. Sestrojte průnik krychle $ABCDEFGH$ a roviny KLM .
2. Vypočítejte objem hranolu s podstavou ELK a výškou EF .
3. Vypočítejte povrch tohoto hranolu.

Možný postup řešení, metodické poznámky

1. Stěny krychle $ADEH$ a $BCGF$ leží v rovnoběžných rovinách, proto budou průsečnice těchto rovin s jakoukoli třetí s nimi různoběžnou rovinou rovnoběžné přímky. V našem případě to budou přímky KL a přímka, která prochází bodem M a leží v rovině BCG .



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

2. Máme vypočítat objem hranolu. Použijeme vztah:

$$V_h = S_p \cdot v$$

Podstava hranolu je pravoúhlý trojúhelník ELK , jednu odvěsnu proto můžeme považovat za jeho základnu a druhou za výšku. Proto:

$$S_p = S_{VELK} = \frac{1}{2} \cdot |EL| \cdot |EK| = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}a \cdot \frac{1}{3}a = \frac{1}{9}a^2$$

Výška hranolu se rovná délce hrany krychle, proto můžeme vyjádřit objem:

$$V_h = S_p \cdot v = \frac{1}{9}a^2 \cdot a = \frac{1}{9}a^3$$

3. Při výpočtu povrchu hranolu vyjdeme ze vzorce:

$$S_h = 2 \cdot S_p + S_{pl}$$

Obsah podstavy hranolu známe, víme, že $S_p = \frac{1}{9}a^2$.

Plášť tvoří tři obdélníky $ELMF$, $LMNK$ a $EFNK$. Když jej rozvineme do roviny, půjde o jeden obdélník, který je z těchto tří obdélníků složen. Jeho jedna strana se rovná délce hrany krychle, tedy a , jeho druhá strana se rovná obvodu trojúhelníku ELK .

$$S_{pl} = a \cdot o_{ELK}$$

Přičemž:

$$o_{ELK} = |EL| + |EK| + |LK|$$

Délky stran EL a EK známe, platí, že $|EL| = \frac{2}{3}a$ a $|EK| = \frac{1}{3}a$.

Strana LK je přeponou pravoúhlého trojúhelníku, pro výpočet její délky použijeme Pythagorovu větu:

$$\begin{aligned} |LK|^2 &= |EL|^2 + |EK|^2 \\ |LK|^2 &= \left(\frac{2}{3}a\right)^2 + \left(\frac{1}{3}a\right)^2 = \frac{4}{9}a^2 + \frac{1}{9}a^2 = \frac{5}{9}a^2 \\ |LK| &= \sqrt{\frac{5}{9}a^2} = a \cdot \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{a}{3} \cdot \sqrt{5} \end{aligned}$$

Proto platí, že

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$S_{pl} = a \cdot o_{ELK} = a \cdot \left(\frac{2}{3}a + \frac{1}{3}a + a \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} \right) = a \cdot \left(a + a \frac{\sqrt{5}}{3} \right) = a^2 + a^2 \frac{\sqrt{5}}{3} = a^2 \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{5}}{3} \right)$$

Můžeme vypočítat povrch hranolu:

$$S_h = 2 \cdot S_p + S_{pl} = 2 \cdot \frac{1}{9}a^2 + a^2 \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{5}}{3} \right) = a^2 \cdot \left(\frac{2}{9} + 1 + \frac{\sqrt{5}}{3} \right) = a^2 \cdot \frac{11 + 3\sqrt{5}}{9}$$

Doplňkové aktivity

Aktivitu lze použít v návaznosti na aktivity Odřízneme rohy poprvé atd. a přímo navazuje na aktivitu Odřízneme hrany poprvé a Odřízneme hrany podruhé.

Na aktivitu pak navazují aktivity Odřízneme hrany počtvrté atd. a aktivity Vybrousíme diamant poprvé atd.

Obrazový materiál	Dílo autora
--------------------------	-------------