

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## ODŘÍZNĚTE ROHY POČTVRTÉ

### Popis aktivity

Povrchy jednoduchých těles – krychle a jehlanu s kolmými hranami.

### Předpokládané znalosti

Krychle, jehlan, povrch krychle, povrch jehlanu, popř. volné rovnoběžné promítání

### Zadání

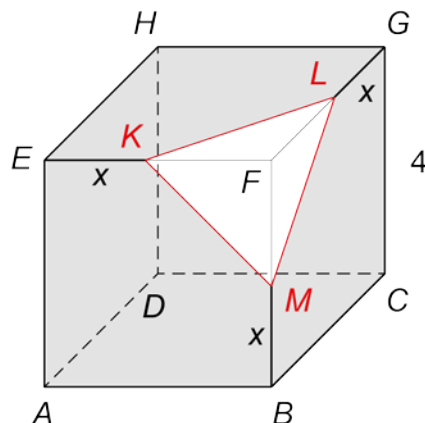
Mějme dánu krychli  $ABCDEFGH$  s hranou délky  $a = 4$  cm. Na hranách  $EF$ ,  $FG$  a  $FB$  jsou zvoleny body  $K$ ,  $L$  a  $M$  tak, že  $|EK| = |GL| = |BM|$ .

Krychle byla natřená barvou, a tak po odstranění jehlanu  $KLMF$  byla zmenšena obarvená plocha.

- Jaká část původně obarveného povrchu krychle zůstala obarvena na nově vzniklém tělese, když  $|EK| = |GL| = |BM| = x = 1$  cm? Vyjádřete zlomkem.
- Jaký povrch má jehlan  $KLMF$ ?

### Možný postup řešení, metodické poznámky

Nakresleme obrázek:



- Když označíme délku hrany krychle  $a$ , bude se povrch krychle  $ABCDEFGH$  rovnat:

$$S_k = 6a^2 = 6 \cdot 4^2 = 6 \cdot 16 = 96.$$

Odstranili jsme tři shodné trojúhelníky  $KFL$ ,  $KFM$  a  $LFM$ . Každý z nich je rovnoramenný pravouhlý, ramena mají délky 3 cm. Proto je obsah každého z nich:

$$S_t = \frac{1}{2} \cdot |KF| \cdot |FL| = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = \frac{9}{2}$$

Obsah vybarveného povrchu nově vzniklého tělesa se tedy rovná:

$$S = S_k - 3 \cdot S_t = 96 - 3 \cdot \frac{9}{2} = 96 - \frac{27}{2} = \frac{192 - 27}{2} = \frac{165}{2}$$

Zlomkem vyjádříme část jako poměr obsahů nově obarveného a původního povrchu:

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

$$\frac{S}{S_k} = \frac{\frac{165}{2}}{96} = \frac{165}{2 \cdot 96} = \frac{165}{192}.$$

2. Pro výpočet povrchu jehlanu  $KLMF$  ještě potřebujeme určit obsah jeho stěny  $KLM$ . Jde o rovnostranný trojúhelník se stranou délky 3 cm.

Vztah pro výpočet obsahu rovnostranného trojúhelníka se stranou  $a$  má tvar:

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Jeho odvození je jednoduchý planimetrický úkon, který využívá Pythagorovu větu.

Dosadíme:

$$S_{KLM} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

Povrch jehlanu se proto rovná:

$$S_j = S_{KLM} + 3 \cdot S_{KLF} = \frac{9\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{9}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{27}{2} = \frac{9\sqrt{3} + 54}{4}.$$

Doporučujeme obrázek promítnout dataprojektorem.

### Doplňkové aktivity

Aktivita navazuje na aktivity Odřízněte rohy poprvé až potřetí. Na aktivitu pak navazují aktivity Odřízněte hrany poprvé atd. a aktivity Vybrousíme diamant poprvé atd.

**Obrazový materiál** | Dílo autora