

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### VYBROUSÍME DIAMANT POPRVÉ

#### Popis aktivity

Jednoduché řezy a možné postupy pro vznik polopravidelných mnohostěnů.

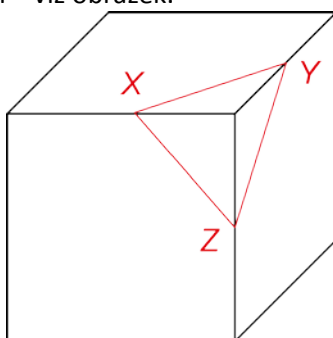
#### Předpokládané znalosti

Krychle, vrchol, hrana, stěna, řez tělesa rovinou, průnik rovin

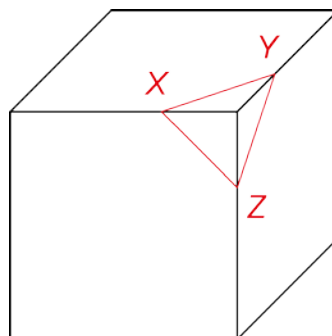
#### Zadání

Mějme dánu krychli  $ABCDEFGH$ . Na hranách  $EF$ ,  $FG$  a  $BF$  jsou zvoleny body  $X$ ,  $Y$  a  $Z$ . Sestrojíme rovinu  $XYZ$  – odřízneme touto rovinou vrchol  $F$ . Stejně pak postupujeme se všemi vrcholy krychle.

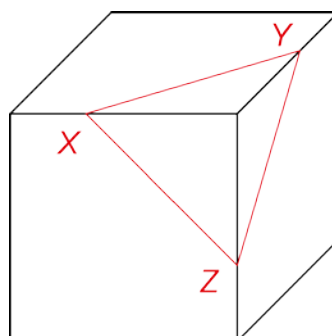
1. Pokuste se nakreslit těleso, které vznikne, když jsou body  $X$ ,  $Y$  a  $Z$  (a všechny ostatní na zbývajících hranách) středy hran – viz obrázek.



2. Pokuste se nakreslit těleso, které vznikne, když body  $X$ ,  $Y$  a  $Z$  (a všechny ostatní na zbývajících hranách) dělí hrany na třetiny. Spojujeme vždy bližší body – viz obrázek.



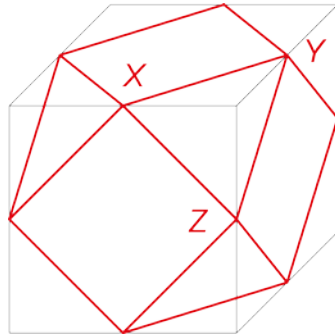
3. Pokuste se nakreslit těleso, které vznikne, když body  $X$ ,  $Y$  a  $Z$  (a všechny ostatní na zbývajících hranách) dělí hrany na třetiny. Spojujeme vždy vzdálenější body – viz obrázek.



## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

### Možný postup řešení, metodické poznámky

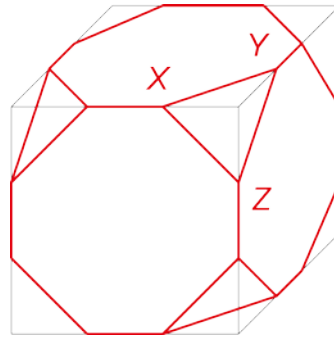
1. Postup zopakujeme u každého vrcholu. Vždy jde o jednoduchý průnik roviny a krychle. Nalezneme středy hran a po povrchu krychle spojíme vždy středy těch hran, které vycházejí z jednoho vrcholu. Řešení je na obrázku.



Je možno doplnit, že se jedná o těleso, jehož stěny tvoří pravidelné mnohoúhelníky. Spolu s další podmínkou (všechny prostorové úhly u každého vrcholu tělesa musí být shodné) jsou tak splněny podmínky, abychom mohli o vzniklém mnohostěnu prohlásit, že jde o Archimedovské těleso (polopravidelný mnohostěn).

Můžeme se zabývat otázkou objemu, popř. i povrchu, vzniklého tělesa vzhledem k původní krychli.

2. Řešení druhého úkolu je rovněž jednoduché. Rozdělíme všechny hrany na třetiny a vyznačíme body, které určují roviny řezů. Vždy spojujeme body, které leží na hranách vycházejících z jednoho vrcholu. Řešení je na obrázku.



Když by vzniklé osmiúhelníky byly pravidelné, což v našem případě nejsou, jednalo by se opět o Archimedovské těleso. Otázka, kde přesně zvolit body na hranách, aby šlo o pravidelný osmiúhelník, je zvládnutelná planimetrická úloha. Sestavíme rovnici:

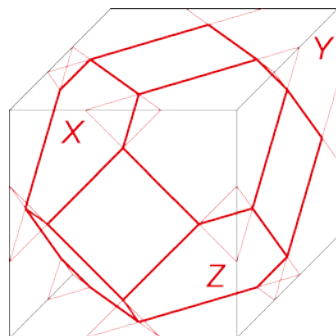
$$\frac{x}{\sqrt{2}} + x + \frac{x}{\sqrt{2}} = a$$

kde  $x$  je neznámá délka strany osmiúhelníku,  $\frac{x}{\sqrt{2}}$  je pak vždy úsek od dělicího bodu k vrcholu,  $a$  je hrana krychle.

Můžeme se zabývat otázkou objemu, popř. i povrchu, vzniklého tělesa vzhledem k původní krychli. Můžeme řešit jak v případě, že dělicí body jsou ve třetinách hran, tak v případě, že jde o polopravidelný mnohostěn.

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

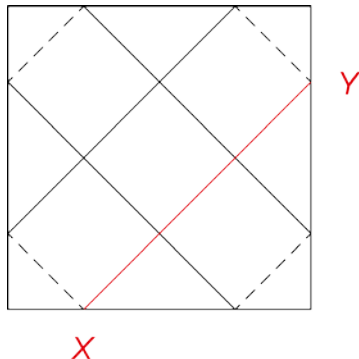
3. V tomto případě jde o složitější hledání řezu. Je třeba vždy najít průnik dvou rovin, které “odřezávají” sousední vrcholy. Tento průnik je úsečka a tvoří hranu vzniklého mnohostěnu. Řešení je na obrázku.



Když by se podařilo zvolit body na hranách tak, že vzniklé šestiúhelníky budou pravidelné, bude se opět jednat o Archimedovské těleso. Sestavení příslušné rovnice pro vzdálenost dělicích bodů na hraně je již celkem obtížná, ale velmi zajímavá úloha.

Můžeme ji vyřešit vhladem:

Protože je trojúhelník  $XYZ$  rovnostranný a protější strany šestiúhelníku jsou rovnoběžné, musí být strana šestiúhelníku přesně prostřední třetinou úsečky  $XY$ . Pětiúhelník nakreslený v každé stěně při vrcholu krychle má pak dvě strany délek  $x$  – což je neznámá vzdálenost dělicího bodu od vrcholu a zbývající tři strany stejně dlouhé. Ve stěně krychle tak vznikne 5 čtverců a je zřejmé, že hrana musí být dělena na čtvrtiny:



Doporučujeme obrázky promítnout dataprojektorem.

### Doplňkové aktivity

Aktivitu lze použít v návaznosti na aktivity Odřízneme rohy poprvé atd.

S aktivitou pak souvisejí aktivity Odřízněte hrany poprvé atd. a Vybrousíme diamant podruhé.

### Obrazový materiál

Dílo autora